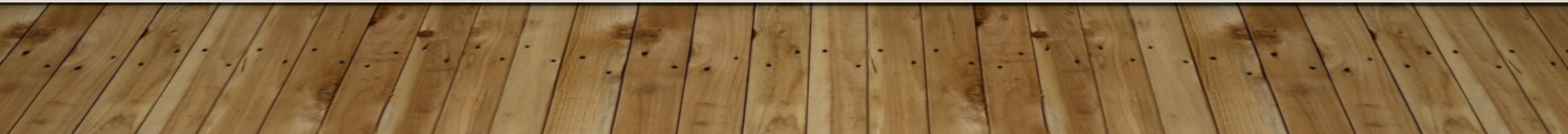
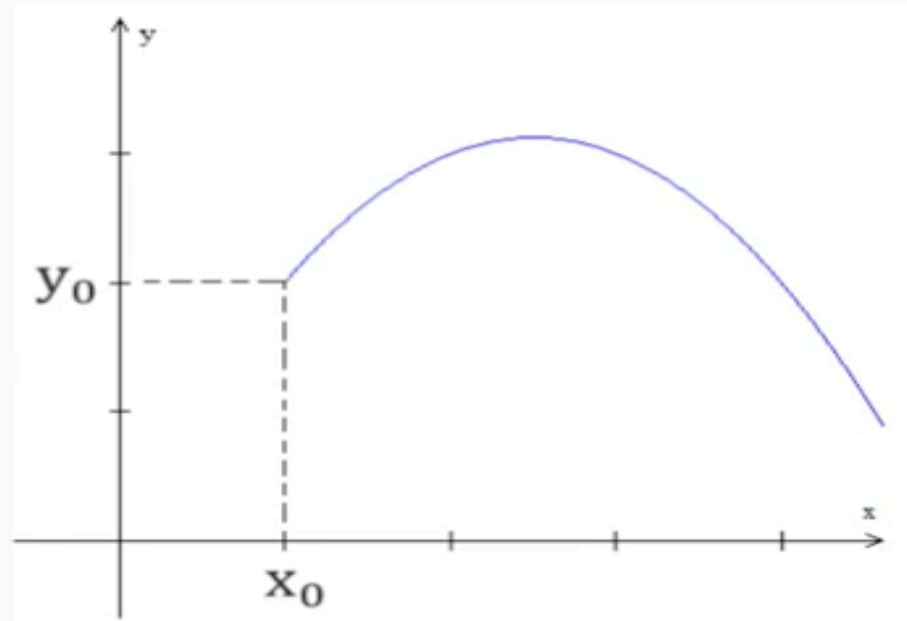


EDO – CÁLCULO NUMÉRICO

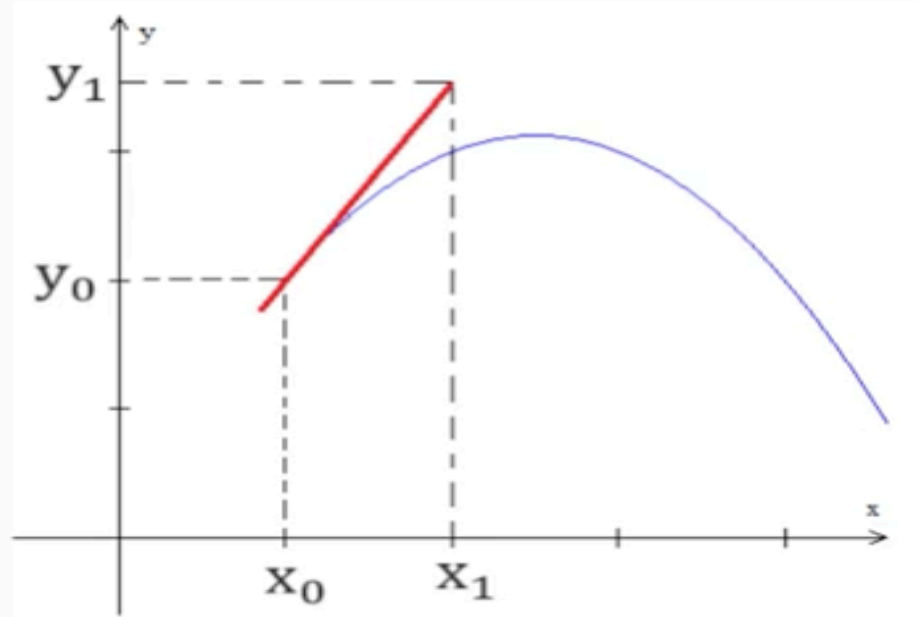


Método de Euler



$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Método de Euler



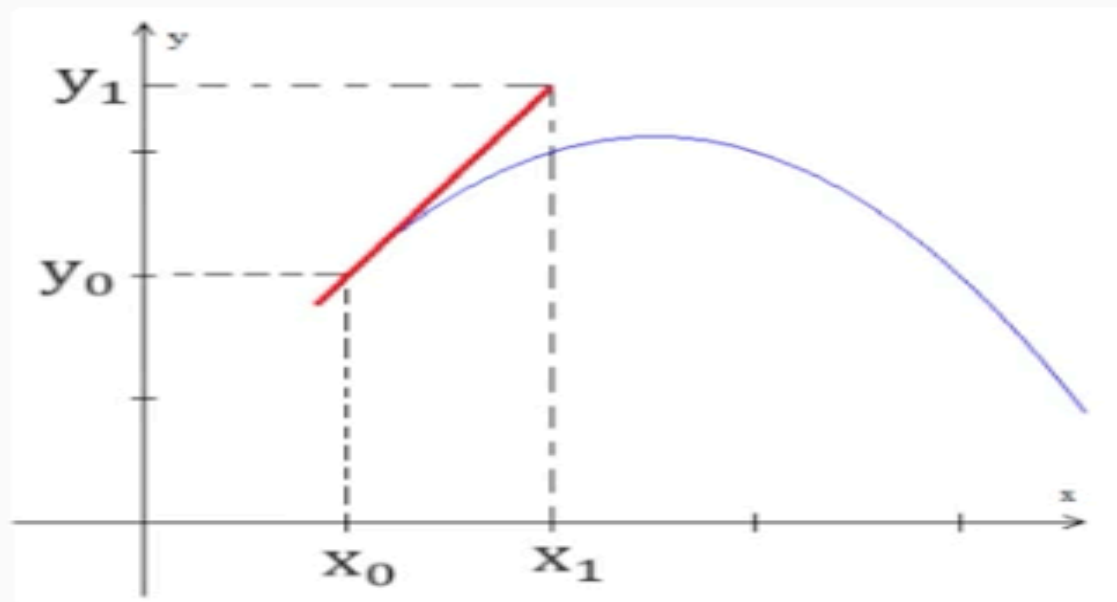
$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

$$h = x_1 - x_0$$

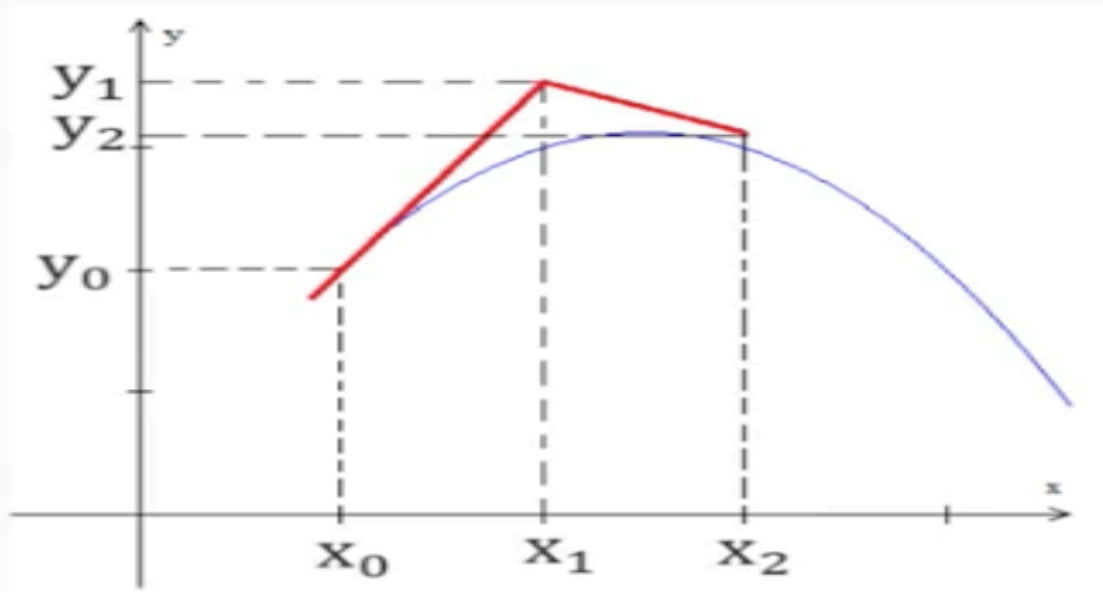
$$\frac{y_1 - y_0}{h} \approx y'(x_0)$$

$$y_1 - y_0 \approx hy'(x_0)$$

$$y_1 \approx y_0 + hy'(x_0)$$

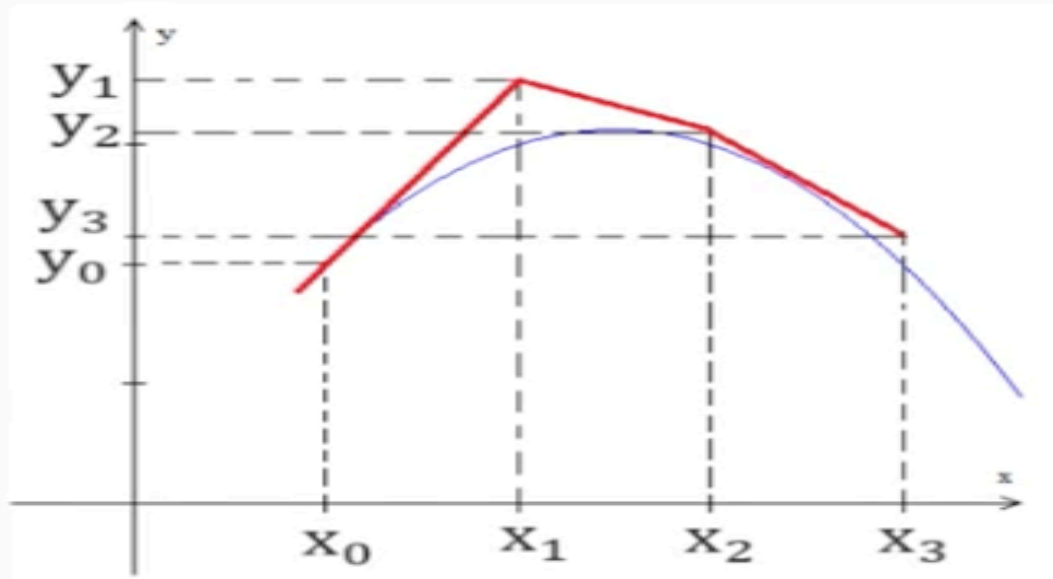


$$y_1 = y_0 + hy'(x_0)$$



$$y_1 = y_0 + hy'(x_0)$$

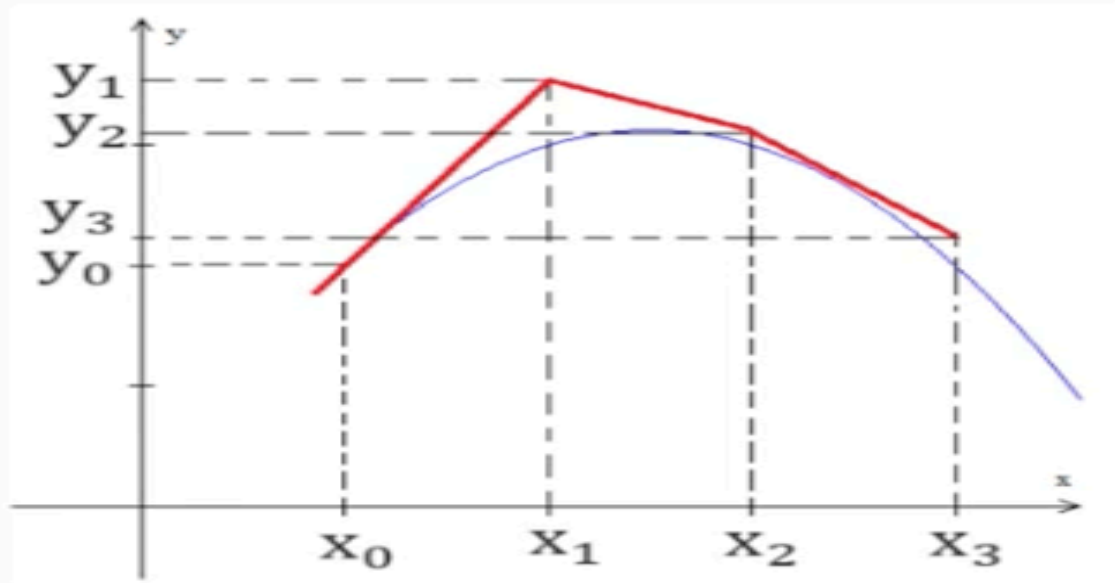
$$y_2 = y_1 + hy'(x_1)$$



$$y_1 = y_0 + hy'(x_0)$$

$$y_2 = y_1 + hy'(x_1)$$

$$y_3 = y_2 + hy'(x_2)$$



$$y_1 = y_0 + hy'(x_0)$$

$$y_2 = y_1 + hy'(x_1)$$

$$y_3 = y_2 + hy'(x_2)$$

$$y_4 = y_3 + hy'(x_3)$$

$$\begin{cases} y' = 2xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Aproximar $y(0.5) = ?$

$$\frac{dy}{dx} = 2xy$$

$$\frac{dy}{y} = 2x \, dx$$

$$\ln(y) = x^2 + C$$

$$\ln(1) = 0^2 + C$$

$$C = 0$$

$$\ln(y) = x^2$$

$$e^{\ln(y)} = e^{x^2}$$

$$y = e^{x^2}$$

$$y = e^{0.5^2}$$

$$y = 1,284025$$

$$\begin{cases} y' = 2xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Aproximar $y(0.5) = ?$

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = 1$$

$$h = 0.1$$

$$y_1 = y_0 + h[f(x_0, y_0)]$$

$$y_1 = 1 + 0,1[2 \cdot (0) \cdot (1)]$$

$$y_1 = 1 + 0 = 1$$

$$y_2 = y_1 + h[f(x_1, y_1)]$$

$$y_2 = 1 + 0,1[2 \cdot (0,1) \cdot (1)]$$

$$y_1 = 1 + 0,02 = 1,02$$

i	x	y	f'(x,y)	yn
0	0	1	0	1
1	0,1	1	0,2	1,02
2	0,2	1,02	0,408	1,0608
3	0,3	1,0608	0,63648	1,124448
4	0,4	1,124448	0,899558	1,214404
5	0,5	1,214404		

Runge-Kutta 2^a ordem

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2}[K_1 + K_2] \quad i = 0, 1, \dots, N - 1$$

$$K_1 = f(x_i, u_i)$$

$$K_2 = f(x_i + h, u_i + h.K_1)$$

i	x	y	k1	xi+h	yi+h*k1	k2	yn
0	0	1	0	0,1	1	0,2	1,01
1	0,1	1,01	0,202	0,2	1,0302	0,41208	1,040704
2	0,2	1,040704	0,416282	0,3	1,082332	0,649399	1,093988
3	0,3	1,093988	0,656393	0,4	1,159627	0,927702	1,173193
4	0,4	1,173193	0,938554	0,5	1,267048	1,267048	1,283473
5	0,5	1,283473					

Runge-Kutta 4^a ordem

$$u_{i+1} = u_i + \frac{1}{6}[K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4] \quad i = 0, 1, \dots, N - 1$$

$$K_1 = h \cdot f(x_i, u_i)$$

$$K_2 = h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, u_i + \frac{K_1}{2}\right)$$

$$K_3 = h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, u_i + \frac{K_2}{2}\right)$$

$$K_4 = h \cdot f(x_i + h, u_i + K_3)$$

$$y' = x + 2xy$$

$$h = 0.1$$

$$y_0 = 1$$

$$x_0 = 0.5$$

$$u_{i+1} = u_i + \frac{1}{6}[K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4]$$

x+2xy h 0,1
 x0 0,5
 y0 1

K1 h F(x,y)
 0,1 0,5 2 0,5 1
 0,1 1,5
 0,15

K3 h F(X0+h/2,Y0+k2/2)
 xi 0,55
 yi 1,086625

0,1 0,55 2 0,55 1,086625
 0,1 1,7452875
 0,17452875

K2 h F(X0+h/2,Y0+k1/2)
 xi 0,55
 yi 1,075
 0,1 0,55 2 0,55 1,075
 0,1 1,73
 0,17325

K4 h F(X0+h,Y0+k3)
 x0 0,6
 y0 1,17452875
 0,1 0,6 2 0,6 1,17452875
 0,1 2,0094345
 0,20094345

Y0+1 Y0 K1 2K2 2K3 K4
 1 0,15 0,35 0,349 0,20094345
 1 1,047
 1 0,174
 1,17

$x+2xy$
 $h = 0,1$
 $X_0 = 0,6$
 $y_0 = 1,17441683$

K1
 $h = 0,1$
 $F(x,y) = 0,6$
 $2,00930019$
 $0,20093002$

$2 \quad 0,6 \quad 1,17441683$

K3
 $h = 0,1$
 $F(X_1+h/2, Y_1+k_2/2)$
 $X_i = 0,65$
 $Y_i = 1,28978414$

$0,1 \quad 0,65 \quad 2 \quad 0,65 \quad 1,28978414$
 $0,1 \quad 2,32671939$
 $0,23267194$

K2
 $h = 0,1$
 $F(X_1+h/2, Y_1+k_1/2)$
 $X_i = 0,65$
 $Y_i = 1,27488183$
 $0,1 \quad 0,65 \quad 2 \quad 0,65 \quad 1,27488183$
 $0,1 \quad 2,30734638$
 $0,23073464$

K4
 $h = 0,1$
 $F(X_1+h, Y_1+k_3)$
 $X_0 = 0,7$
 $Y_0 = 1,40708876$
 $0,1 \quad 0,7 \quad 2 \quad 0,7 \quad 1,40708876$
 $0,1 \quad 2,66992427$
 $0,26699243$

$Y_0+1 \quad Y_0 \quad K1 \quad 2K2 \quad 2K3 \quad K4$
 $1,17441683 \quad 0,20093002 \quad 0,46146928 \quad 0,46534388 \quad 0,26699243$
 $1,17441683 \quad 1,3947356$
 $1,17441683 \quad 0,23245593$
 $1,40687276$

$$y' = x + 2xy$$

$$h = 0.1$$

$$y_0 = 1$$

$$x_0 = 0.5$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{6} [K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4]$$

Com h em evidência

x+2xy	h	0,1
	x0	0,5
	y0	1

K1	F(x,y)			
	0,5	2	0,5	1
	1,5			

K3	F(X0+h/2,Y0+hk2/2)
	X1 0,55
	Y1 1,086625

	0,55	2	0,55	1,086625
	1,7452875			

K2	F(X0+h/2,Y0+hk1/2)			
	X1 0,55			
	Y1 1,075			
	0,55	2	0,55	1,075
	1,73			

K4	F(X0+h,Y0+hk3)			
	X0 0,6			
	Y0 1,17452875			
	0,6	2	0,6	1,17452875
	2,0094345			

Y0+1	Y0	h/6	K1	2K2	2K3	K4
	1	0,017	1,5	3,465	3,490575	2,0094345
	1	0,017	10,5			
	1	0,174				
	1,17					

x+2xy
 h 0,1
 X1 0,6
 y1 1,17441683

K1 F(x,y)
 0,6 2 0,6 1,17441683
 2,00930019

K3 F(X1+h/2,y1+hk2/2)
 X1 0,65
 Y1 1,28978414
 0,65 2 0,65 1,28978414
 2,32671939

K2 F(X1+h/2,Y1+hk1/2)
 X1 0,65
 Y1 1,27488183
 0,65 2 0,65 1,27488183
 2,30734638

K4 F(X1+h,Y1+hk3)
 X0 0,7
 Y0 1,40708876
 0,7 2 0,7 1,40708876
 2,66992427

Y1+1 Y1 h/6 K1 2K2 2K3 K4
 1,17441683 0,01666667 2,00930019 4,61469277 4,65343878 2,66992427
 1,17441683 0,01666667 13,947356
 1,17441683 0,23245593
 1,40687276