

Lista 01: Transformação de Coordenadas no \mathbb{R}^2

I. Translação

Nos exercícios de 1 a 5, transformar a equação dada por translação dos eixos coordenados para a nova origem, $O'(k, h)$, indicada.

- | | |
|--|------------------------|
| 1. $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ $O'(-1, 3)$ | R. $x'^2 + y'^2 = 4$ |
| 2. $3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y + 8 = 0$ $O'(-2, 1)$ | R. $3x'^2 + 2y'^2 = 6$ |
| 3. $4x^2 - y^2 - 8x - 10y - 25 = 0$ $O'(1, -5)$ | R. $4x'^2 - y'^2 = 4$ |
| 4. $y^3 - x^2 + 3y^2 - 4x + 3y - 3 = 0$ $O'(-2, -1)$ | R. $y'^3 - x'^2 = 0$ |
| 5. $xy - 3x + 4y - 13 = 0$ $O'(-4, 3)$ | R. $x'y' = 1$ |

Nos exercícios de 6 a 10, por uma translação dos eixos coordenados, transformar a equação dada em outra desprovida de termos de primeiro grau. Determine a nova origem $O'(k, h)$ usando as equações de translação. Nos exercícios de 11 a 15, use o método do completamento dos quadrados.

- | | |
|---|-------------------------|
| 6. $2x^2 + y^2 + 16x - 4y + 32 = 0$ | R. $2x'^2 + y'^2 = 4$ |
| 7. $3x^2 + 2y^2 - 18x - 8y + 29 = 0$ | R. $3x'^2 + 2y'^2 = 6$ |
| 8. $3x^2 - 2y^2 - 42x - 4y + 133 = 0$ | R. $3x'^2 - 2y'^2 = 12$ |
| 9. $xy - x + 2y - 10 = 0$ | R. $x'y' = 8$ |
| 10. $8x^3 + 24x^2 - 4y^2 + 24x - 12y - 1 = 0$ | R. $2x'^3 - y'^2 = 5$ |
| 11. $4x^2 + 4y^2 + 32x - 4y + 45 = 0$ | R. $x'^2 + y'^2 = 5$ |
| 12. $2x^2 + 5y^2 - 28x + 20y + 108 = 0$ | R. $2x'^2 + 5y'^2 = 10$ |
| 13. $x^2 - 3y^2 + 6x + 6y + 3 = 0$ | R. $x'^2 - 3y'^2 = 3$ |
| 14. $12x^2 + 18y^2 - 12x + 12y - 1 = 0$ | R. $2x'^2 + 3y'^2 = 1$ |
| 15. $12x^2 - 18y^2 - 12x - 12 - 5 = 0$ | R. $2x'^2 - 3y'^2 = 1$ |

Nos exercícios de 16 a 20, simplificar a equação dada por uma translação dos eixos coordenados.

- | | |
|--|-----------------------|
| 16. $x^2 + 8x - 3y + 10 = 0$ | R. $x'^2 - 3y' = 0$ |
| 17. $16x^2 + 16y^2 + 8x - 48y + 5 = 0$ | R. $x'^2 + y'^2 = 2$ |
| 18. $72x^2 + 36y^2 - 48x + 36y - 55 = 0$ | R. $2x'^2 + y'^2 = 2$ |
| 19. $y^2 - 6x^2 - 24x - 2y - 32 = 0$ | R. $y'^2 - 6x'^2 = 9$ |
| 20. $30xy + 24x - 25y - 80 = 0$ | R. $x'y' = 2$ |

II. Rotação

21. Determinar as novas coordenadas do ponto $(3, -4)$ quando os eixos coordenados são girados de um ângulo de 30° .
R. $(\frac{3}{2}\sqrt{3} - 2, -\frac{3}{2} - 2\sqrt{3})$
22. Determinar as novas coordenadas dos pontos $(1, 0)$ e $(0, 1)$ quando os eixos coordenados são girados de um ângulo de 90° .
R. $(0, -1)$ e $(1, 0)$

Nos exercícios de 23 a 28 transformar a equação dada por rotação dos eixos coordenados do ângulo θ indicado.

- | | |
|--|---|
| 23. $2x + 5y - 3 = 0$, $\theta = \text{arctg } 2, 5$ | R. $\sqrt{29}x' - 3 = 0$ |
| 24. $x^2 - 2xy + y^2 - x = 0$, $\theta = 45^\circ$ | R. $4y'^2 - \sqrt{2}x' + \sqrt{2}y' = 0$ |
| 25. $\sqrt{3}y^2 + 3xy - 1 = 0$, $\theta = 60^\circ$ | R. $3\sqrt{3}x'^2 - \sqrt{3}y'^2 - 2 = 0$ |
| 26. $5x^2 + 3xy + y^2 - 4 = 0$, $\theta = \text{arcsen}(\frac{\sqrt{10}}{10})$ | R. $11x'^2 + y'^2 - 8 = 0$ |
| 27. $11x^2 + 24xy + 4y^2 - 20 = 0$, $\theta = \text{arctg}(0, 75)$ | R. $4x'^2 - y'^2 - 4 = 0$ |
| 28. $x^4 + y^4 + 6x^2y^2 - 32 = 0$, $\theta = 45^\circ$ | R. $x'^4 + y'^4 = 16$ |
| 29. Por rotação dos eixos coordenados transformar a equação $2x - y - 2 = 0$ em outra desprovida do termo x' . | R. $\sqrt{5}y' + 2 = 0$ |

30. Por rotação dos eixos coordenados transformar a equação $x + 2y - 2 = 0$ em outra desprovida do termo y' . R. $\sqrt{5}x' - 2 = 0$

Nos exercícios de 31 a 36, por uma rotação dos eixos coordenados, transformar a equação dada em outra desprovida do termo $x'y'$.

31. $4x^2 + 4xy + y^2 + \sqrt{5}x - 1 = 0$

R. $5x'^2 + 2x' - y' - 1 = 0$

32. $9x^2 + 3xy + 9y^2 - 5 = 0$

R. $21x'^2 + 15y'^2 - 10 = 0$

33. $5x^2 + 4xy + 2y^2 - 2 = 0$

R. $6x'^2 + y'^2 - 2 = 0$

34. $2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$

R. $x' - 3y' = 0$ e $x' + 3y' = 0$

35. $x^2 - 2xy + y^2 - 4 = 0$

R. $y' = \pm\sqrt{2}$

36. $16x^2 + 24xy + 9y^2 + 25x = 0$

R. $5x'^2 + 4x' - 3y' = 0$