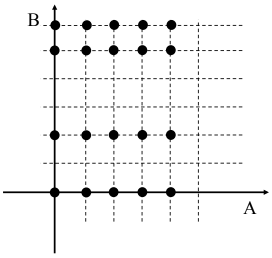
Conjuntos, operações com conjuntos, relações e funções

Operações com conjuntos: Produto cartesiano

- Seja o conjunto A={0, 1 ,2, 3, 4} e o conjunto B={0, 2, 5, 6}, temos:
- A x B = {(x,y)/x∈A e y∈B} (Produto cartesiano)
  - AxB={(0,0); (0,2); (0,5); (0,6);
    (1,0); (1,2); (1,5); (1,6);
    (2,0); (2,2); (2,5); (2,6);
    (3,0); (3,2); (3,5); (3,6);
    (4,0); (4,2); (4,5); (4,6)}
  - Atenção: n(A) = 5 e n(B)=4 e n(AxB)=5 . 4 = 20
  - Par ordenado: (2, 0)≠(0, 2)

Representação no plano cartesiano



A={0, 1 ,2, 3, 4}
B={0, 2, 5, 6}

Atenção para:

- AxB: A no eixo horizontal e B no eixo vertical
- (0,2) e (2,0) são pontos distintos
- Os pontos não estão ligados por linhas **contínuas, isso depende dos conjuntos e da relação!**

Intervalos numéricos (Reais)

$(-3, +\infty) =]-3, +\infty) = \{x \in \Re \,/\, x > -3\}$

$[-3, +\infty) = [-3, +\infty) = \{x \in \Re \,/\, x \geq -3\}$

Intervalos numéricos (Reais)

$(-3, 4) =]-3, 4) =]-3, 4[= \{x \in \Re \,/\, -3 < x < 4\}$

$(-3, 4] =]-3, 4] = \{x \in \Re \,/\, -3 < x \leq 4\}$

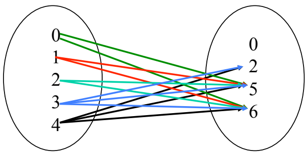
Relações entre conjuntos

Relações entre conjuntos

- Seja o conjunto A={0, 1, 2, 3, 4} e o conjunto B={0, 2, 5, 6}, temos:
- R = {(x,y)∈AxB / x+y>4}
  - R={(0,5); (0,6); (1,5); (1,6); (2,5); (2,6); (3,2); (3,5); (3,6); (4,2); (4;5); (4,6)}
  - N(R)=12

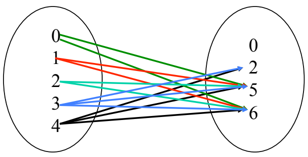
Relações entre conjuntos

- Representação gráfica:
  - A={0, 1 ,2, 3, 4} e B={0, 2, 5, 6}
  - R = {(x,y)∈AxB / x+y>4}

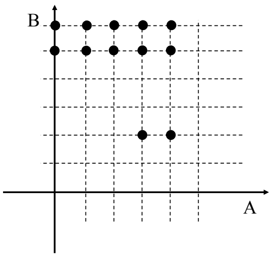


Relações entre conjuntos

- Representação gráfica:
  - A={0, 1 ,2, 3, 4} e B={0, 2, 5, 6}
  - R = {(x,y)∈AxB / x+y>4}



Representação no plano cartesiano - Relações



A={0, 1 ,2, 3, 4}

B={0, 2, 5, 6}

R= {(x,y)∈AxB / x+y>4}

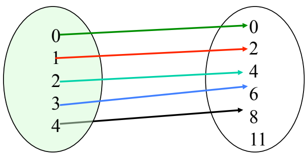
Observe os conjuntos A e B e a relação R para determinar se você pode traçar uma reta sobre os pontos.

Relações especiais

- Seja o conjunto A={0, 1 ,2, 3, 4} e o conjunto B={0, 2, 4, 6, 8, 11}, temos:
- R = {(x,y)∈AxB / y = 2x}
  - R={(0,0); (1,2); (2,4); (3,6); (4,8)}
  - N(R)=5

Relações especiais

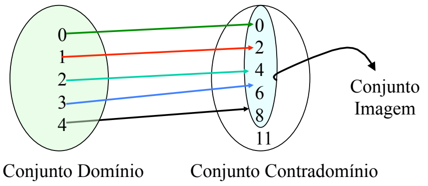
- Representação através de diagrama:
  - A={0, 1 ,2, 3, 4} e B={0, 2, 4, 6, 8, 11}
  - R = {(x,y)∈AxB / y = 2x}



O que há de especial nesta relação?

Relações especiais

- O que há de especial?
  Neste exemplo, todos os elementos do conjunto "origem" (domínio) estão relacionados **uma e somente uma vez** com elementos do "destino" (contradomínio)



Por que essa característica é especial?

A garantia de encontrar um correspondente a partir de um número dado pode ajudar a conhecer/entender/explicar um determinado contexto/fenômeno.

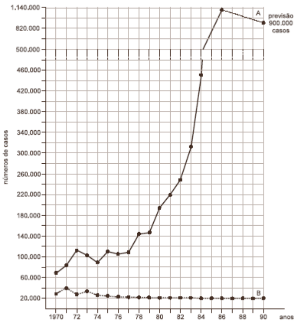


GRÁFICO COM NÚMERO DE CASOS DE MALÁRIA NO BRASIL: DE 1970 A 1990, NA AMAZÔNIA (A), E EM OUTRAS REGIÕES (B)

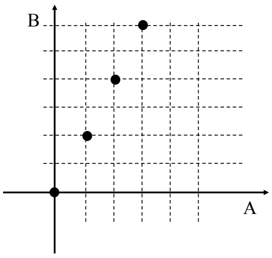
Funções: definição

- Uma relação F de A em B é uma função se, e somente se, todo elemento de A tem um único correspondente em B.
- Em outras palavras, cada elemento do conjunto domínio possui uma, e somente uma, imagem.

Funções: Notação

- Exemplo:
  - Dada a função f:N⟶N, definida para todo natural n ∈ N, tal que f(n)=2n+1
    - 2n+1 é uma forma de se representar um número ímpar!
    - Para n=0 temos, f(0)=2.0+1=1 logo f(0)=1 ou (0, 1)
    - Para n=1 temos, f(1)=2.1+1=3 logo f(1)=3 ou (1, 3)
    - Para n=2 temos, f(2)=2.2+1=5 logo f(2)=5 ou (2, 5)
    - Para n=3 temos, f(3)=2.3+1=7 logo f(3)=7 ou (3, 7)

Representação no plano cartesiano - Funções



A={0, 1 ,2, 3}

B={0, 2, 4, 6}

R= {(x,y)∈AxB / y=2x}

A função é uma relação especial, logo, ser função não determina se podemos ou não traçar uma reta pelos pontos.

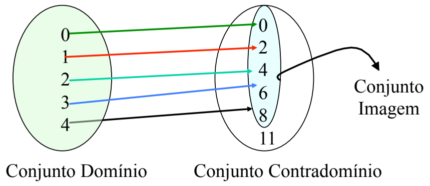
Funções - Classificação

Injetora, Sobrejetora e Bijetora

Função Injetora

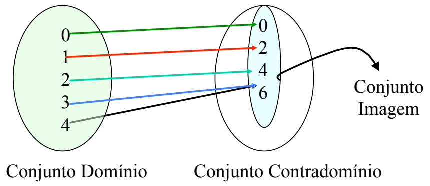
- É a função na qual:

$$x_1 \neq x_2 \text{ então } f(x_1) \neq f(x_2)$$



Função Sobrejetora

- É a função na qual a todo elemento do contra-domínio está associado um elemento do domínio. Ou seja: Cd=Im



Função Bijetora

- É a função que é injetora e sobrejetora.