1

Cálculo Numérico

1. Introdução

2

1. Introdução

O que é o Cálculo Numérico?

3

1. Introdução

- O Cálculo Numérico corresponde a um conjunto de **ferramentas** ou **métodos** usados para se obter a solução de problemas matemáticos de forma **aproximada**.

- Esses métodos se aplicam principalmente a problemas que não apresentam uma solução exata, portanto precisam ser resolvidos **numericamente**.

4

1. Introdução

- O Cálculo Numérico é uma metodologia para resolver problemas matemáticos por meio de uma máquina calculadora ou um computador, sendo de grande importância pois, embora os **métodos analíticos** usualmente nos **forneçam a resposta em termos de funções matemáticas**, existem problemas que não possuem solução analítica. Mas, mesmo nestes casos podemos obter uma solução numérica para o problema.
- Uma solução via Cálculo Numérico é um conjunto de dados numéricos que fornecem uma aproximação para a solução exata do problema, aproximação esta que pode ser obtida em grau crescente de exatidão.

5

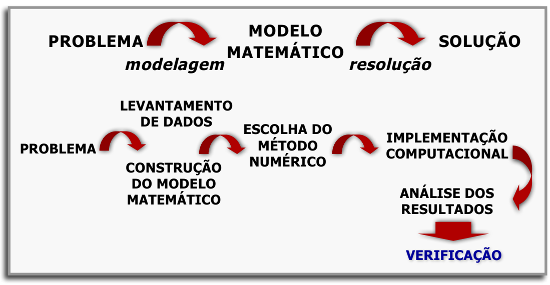
1. Introdução

- Utilizamos apenas as quatro operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação e divisão) e operações lógicas para computar um resultado numérico, o que torna a combinação computador-cálculo numérico perfeita.

6

1. Introdução

Fluxograma – Solução Numérica



1. Introdução

Duas fases podem ser identificadas no diagrama:

- **MODELAGEM** - é a fase de obtenção de um modelo matemático que descreve o comportamento do sistema físico em questão.
- **RESOLUÇÃO** - é a fase de obtenção da solução do modelo matemático através da aplicação de métodos numéricos.

1. Introdução

A escolha do método mais eficiente deve envolver:

- Precisão desejada para os resultados;
- Capacidade do método em conduzir aos resultados desejados (velocidade de convergência);
- Esforço computacional despendido (tempo de processamento, economia de memória necessária para a resolução).

1. Introdução

A solução numérica envolve:

- A elaboração de um algoritmo, que é a descrição seqüencial dos passos que caracterizam um método numérico;
- A codificação do programa, quando implementamos o algoritmo numa linguagem de programação escolhida;
- O processamento do programa, quando o código antes obtido é editado em um arquivo para que possa ser executado pelo computador.

1. Introdução

Duas idéias são freqüentes em cálculo numérico, a de **iteração ou aproximação sucessiva** e a de **aproximação local.**

Iteração. Em um sentido amplo, iteração significa a repetição sucessiva de um processo. Um método iterativo se caracteriza por envolver os seguintes elementos:

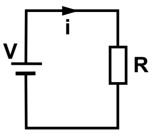
- ***Aproximação inicial:*** consiste em uma primeira aproximação para a solução do problema numérico.
- ***Teste de parada:*** é o instrumento por meio do qual o procedimento iterativo é finalizado.

Aproximação local. Aqui a idéia é aproximar uma função por outra que seja de manuseio mais simples. Por exemplo, aproximar uma função não linear por uma função linear em um determinado intervalo do domínio das funções.

1. Introdução

Exemplo:

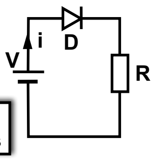
Circuito elétrico composto de uma fonte de tensão e um resistor.



$V - R \cdot i = 0 \qquad i = \dfrac{V}{R}$

Solução exata

Introdução de um diodo no circuito:



$v(i) = \dfrac{kT}{q}\ln\left(\dfrac{i}{I_s}+1\right) \qquad V - R\cdot i - \dfrac{kT}{q}\ln\left(\dfrac{i}{I_s}+1\right) = 0$

Solução utilizando métodos numéricos

$$PV = nRT$$

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

$$P = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{\sqrt{T}V_m(V_m + b)}$$

$$P = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a\alpha}{V_m^2 + 2bV_m - b^2}$$

$$P - \rho RT + \left(B_0RT - A_0 - \frac{C_0}{T^2} + \frac{D_0}{T^3} - \frac{E_0}{T^4}\right)\rho^2 + \left(bRT - a - \frac{d}{T}\right)\rho^3 + \alpha\left(a + \frac{d}{T}\right)\rho^6 + \frac{c\rho^3}{T^2}\left(1 + \gamma\rho^2\right)\exp\left(-\gamma\rho^2\right)$$

13

1. Introdução

Por que produzir resultados numéricos?

14

1. Introdução

1. Um problema de Matemática pode ser resolvido ***analiticamente***, mas esse método pode se tornar impraticável com o aumento do *tamanho* do problema.

   Exemplo:

   solução de sistemas de equações lineares.

15

1. Introdução

2. A existência de problemas para os quais não existem métodos matemáticos para solução (não podem ser resolvidos analiticamente).

   Exemplos:

   a) $\int e^{x^2} dx$ não tem primitiva em forma simples;

   b) $y' = y^2 + t^2$ não pode ser resolvido analiticamente;

   c) equações diferenciais parciais não lineares podem ser resolvidas analiticamente só em casos particulares.

16

1. Introdução

- Os métodos numéricos buscam soluções **aproximadas** para as formulações matemáticas.
- Nos problemas reais, os dados são **medidas** e, como tais, **não** são **exatos**. Uma **medida física** não é um número, é um **intervalo**, pela própria imprecisão das medidas. Daí, trabalha-se **sempre** com a **figura do erro**, inerente à própria medição.
- Os métodos aproximados buscam uma **aproximação** do que seria o **valor exato**. Dessa forma é inerente aos métodos se trabalhar com a figura da aproximação, do erro, do desvio.

17

1. Introdução

<u>Função do Cálculo Numérico na Engenharia</u>

"Buscar solucionar problemas técnicos através de métodos numéricos

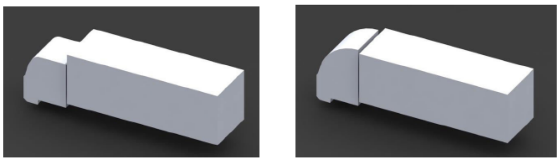
$\Rightarrow$ modelo matemático"

18

1. Introdução

Passos para a resolução de problemas

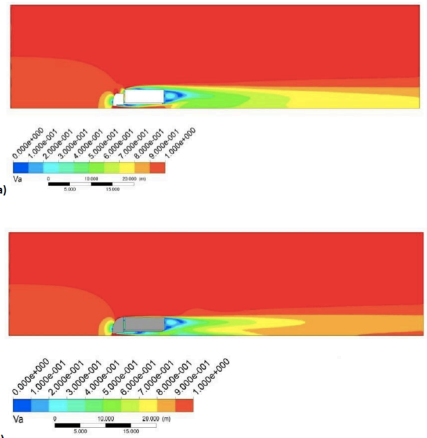
Algumas Aplicações



a) b)

Figura 2. Desenho das geometrias: a) sem defletor; b) com defletor

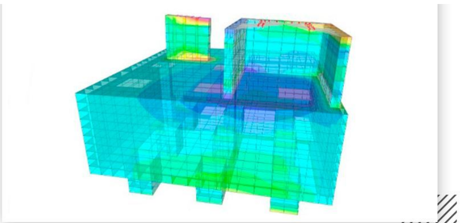
Al



a)

b)

Algumas Aplicações



O MÉTODO DOS ELEMENTOS **FINITOS E**
SUA APLICAÇÃO **NA ENGENHARIA DE** ESTRUTURAS

Algumas Aplicações

Figura 3: Método de Runge-Kutta implementado em MATLAB.

Como resultado, em x = 6000 mm, obtém-se deste algoritmo a deflexão máxima de -60,3541 mm.

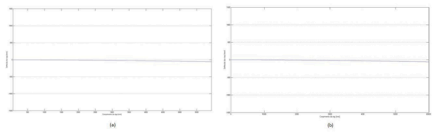
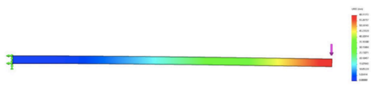


Figura 4: (a) curvatura analítica e (b) curvatura obtida pelo método de Runge-Kutta da linha neutra da viga.

A figura 5 mostra, no *software* de simulação utilizado, o comportamento da viga quando sujeita a uma força P = 1000 N, com a respectiva deflexão máxima de 60,31372 mm.



Algumas Aplicações

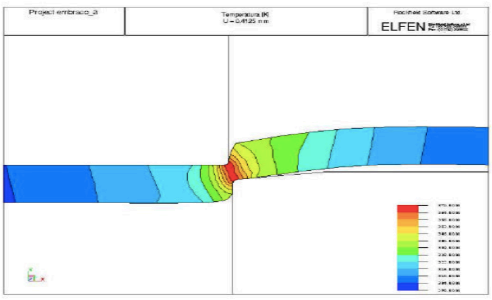


Figura 5. Distribuição da temperatura durante o corte da chapa de aço. Temperatura Máxima de 97°C na região de cisalhamento.

Algumas Aplicações

Algumas Aplicações

Problema da mochila

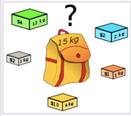
30 línguas

Artigo Discussão Ler Editar Ver histórico Ferramentas

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

Esta página **cita fontes**, mas que **não cobrem todo o conteúdo**. Ajude a inserir referências. Conteúdo não verificável pode ser removido.—*Encontre fontes:* ABW • CAPES • Google (N • L • A) *(Junho de 2014)*

O **problema da mochila** (em inglês, *Knapsack problem*) é um problema de optimização combinatória. O nome dá-se devido ao modelo de uma situação em que é necessário preencher uma mochila com objetos de diferentes pesos e valores. O objetivo é que se preencha a mochila com o maior valor possível, não ultrapassando o peso máximo.[1]



Problema da mochila: Como maximizar o valor com um peso máximo?

O problema da mochila é um dos 21 problemas NP-completos de Richard Karp, exposto em 1972. A formulação do problema é extremamente simples, porém sua solução é mais complexa. Este problema é a base do primeiro algoritmo de chave pública (chaves assimétricas).[2]

Normalmente este problema é resolvido com programação dinâmica, obtendo então a resolução exata do problema, mas também sendo possível usar PSE (procedimento de separação e evolução). Existem também outras técnicas, como usar algoritmo guloso[3], meta-heurística (algoritmos genéticos) para soluções aproximadas.

Algumas Aplicações

Problema do empacotamento

10 línguas

Artigo Discussão Ler Editar Ver histórico Ferramentas

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

[[wiki]] **Esta página ou se(c)ção precisa ser formatada para o padrão wiki.** Por favor ajude a formatar esta página de acordo com as **diretrizes** estabelecidas. *(Junho de 2017)*

No **problema de bin packing** (ou **problema do empacotamento**), objetos de diferentes volumes devem ser embalados em um número finito de bandejas ou recipientes de volume *V* de uma forma que minimize o número de recipientes utilizados. Na teoria da complexidade computacional, este é um problema de combinatória NP-difícil.[1] O problema de decisão (decidir se um determinado número de pacotes é o ideal) é NP-completo.[2]

Existem muitas variações deste problema, tais como empacotamento 2D (2D packing), empacotamento linear (linear packing), empacotamento por peso (packing by weight), empacotamento por custo (packing by cost), e assim por diante. Eles tem muitas aplicações, tais como o enchimento de recipientes, carregamento de caminhões com peso com capacidade restrita, criação de arquivo de backup (cópias de segurança) em mídia.

O problema do empacotamento também pode ser visto como um caso especial do problema de corte de estoque (cutting stock problem). Quando o número de pacotes é restrito a 1 e cada item é caracterizado por um volume e um valor, o problema de maximização do valor dos itens que podem caber na lixeira é conhecida como a problema da mochila.

Apesar do fato de que o problema do empacotamento tem uma complexidade computacional uma NP-difícil, as melhores soluções para grandes instâncias do problema pode ser produzido com algoritmos sofisticados. Além disso, muitas heurísticas foram desenvolvidas: por exemplo, o **algoritmo de first fit** fornece uma solução rápida, mas muitas vezes não ideal, envolvendo colocar-se cada item para a primeira posição que couber. Ele requer custo de tempo $\Theta(n \log n)$, onde n é o número de elementos a ser empacotados. O algoritmo pode ser tornado mais eficaz se primeiramente ordenar a lista de elementos em ordem decrescente (às vezes conhecida como o algoritmo first-fit decrescente), embora isso ainda não garante uma solução ótima, e para longas listas pode aumentar o tempo de execução do algoritmo. Sabe-se, contudo, que existe sempre pelo menos um ordenamento de itens que o first-fit produzir uma solução ótima.[3]

Gest. Prod., São Carlos, v. 23, n. 2, p. 350-364, 2016
http://dx.doi.org/10.1590/0104-530X1898-14

Modelo matemático para otimização da capacidade volumétrica de caminhões para transporte de produtos alimentícios

A mathematical model to optimize the volumetric capacity of trucks utilized in the transport of food products