

## MS 211 – LISTA DE EXERCÍCIOS No. 8 – INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

1. Calcule as integrais a seguir pela regra dos trapézios e 1/3 de Simpson, usando quatro e seis divisões de  $[a, b]$ . Obtenha um limitante superior para o erro cometido e compare com o valor exato, quando for possível.  
 a)  $\int_1^2 \exp(x) dx$ ;      b)  $\int_1^4 \sqrt{x} dx$       c)  $\int_2^{14} dx/\sqrt{x}$ .
2. Qual o erro máximo cometido na aproximação de  $\int_0^4 (3x^3 - 3x + 1) dx$  pela regra de Simpson com quatro subintervalos?
3. Determinar  $h$  para que se possa avaliar  $\int_0^{\pi/2} \cos(x) dx$  com erro inferior a  $\varepsilon = 10^{-3}$  pela regra de Simpson.
4. A regra dos retângulos repetida é obtida quando aproximamos  $f(x)$ , em cada subintervalo, por um polinômio de interpolação de grau zero. Encontre a regra dos Retângulos bem como a expressão do erro, fazendo:  
 a)  $p_0^j(x) = f(x_{j-1})$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ ;  
 b)  $p_0^j(x) = f\left(\frac{x_{j-1} + x_j}{2}\right)$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ . Esta última é a regra do ponto médio e é uma fórmula aberta de Newton-Cotes.
5. Seja o problema: interpolar a função  $\sin(x)$  sobre o intervalo  $[0, \pi/4]$  usando um polinômio de grau 2 e integrar esta função, neste intervalo, usando a regra 1/3 de Simpson. Qual deve ser o menor número  $m$  de subintervalos em  $[0, \pi/4]$  para se garantir um erro menor que  $10^{-4}$  tanto na interpolação quanto na integração?
6. Dada a tabela:
 

$x$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1.0	1.2408	1.5735	2.0333	2.6965	3.7183

 e, sabendo que a regra 1/3 de Simpson é, em geral, mais precisa que a dos trapézios, qual seria o modo mais adequado de calcular  $I = \int_0^1 f(x) dx$ , usando a tabela acima? Aplique este processo e determine esta integral.
7. Calcule, pela regra dos trapézios e de Simpson, cada uma das integrais abaixo, com erro menor do que  $\varepsilon$  dado:  
 a)  $\int_0^\pi e^{\sin x} dx$ ;  $\varepsilon = 2 \times 10^{-2}$ ;    b)  $\int_1^{\pi/2} (\sin x)^{1/2} dx$ ;  $\varepsilon = 10^{-4}$ .
8. Usando a regra de Simpson, calcule o valor de  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  com precisão de 4 casas decimais. Compare o resultado com o valor de  $\ln 2$ .
9. Considere a integral :  $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$  (a) Estime  $I$  pela regra de Simpson usando  $h = 0.25$ ; (b) estime  $I$  por Quadratura Gaussiana com 2 pontos ; (c) sabendo que o valor exato de  $I$  (usando 5 casas decimais) é 0.74682, pede-se: (c1) compare as estimativas obtidas em (a) e (b); (c2) quantos pontos seriam necessários para que a regra dos trapézios obtivesse a mesma precisão que a estimativa obtida para  $I$  em (b)?
10. Calcule  $\pi$  da relação  $\pi/4 = \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)}$  com erro inferior a  $10^{-3}$  pela regra de Simpson.