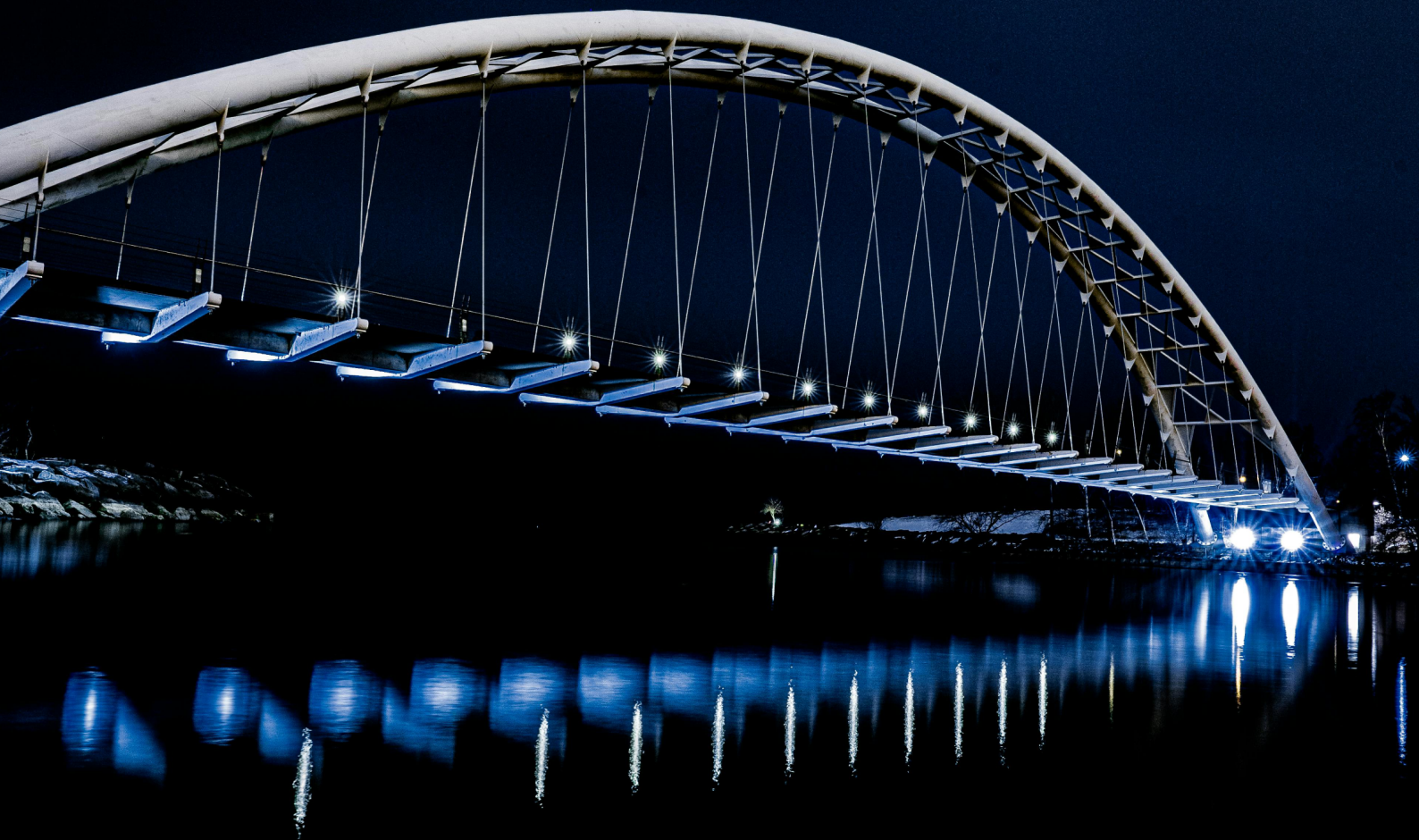


CÁLCULO NUMÉRICO

Aplicações na
Engenharia Civil



William Santos
Fernanda Oliveira

CÁLCULO NUMÉRICO

Aplicações na Engenharia Civil



William Santos
Fernanda Oliveira

Cajazeiras
2024

2024, autor
Direitos exclusivos do autor
Grafia atualizada conforme Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa de 1990,
em vigor no Brasil desde 2009.

Imagem da Capa
Jay Randhawa no site Pexels
disponível de forma gratuita

Capa e projeto gráfico
William Santos

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Professor Ribamar da Silva - IFPB, *Campus Cajazeiras*

S237c Santos, William.

Cálculo Numérico: aplicações na engenharia civil / William Santos, Fernanda Oliveira. – Cajazeiras-PB: Edição do Autor, 2024.

1 ePUB (36p.): il.

Inclui Referências

Publicação digital (*e-book*) no formato PDF

ISBN: 978-65-01-25049-6

1. Análise numérica. 2. Cálculo numérico. 3. Engenharia civil. 4. Análise estrutural. I. Oliveira, Fernanda. II. Título.

IFPB/CZ

CDU: 517:624

“Uma equação não significa nada para mim a não ser que expresse um pensamento de Deus”.

Srinivasa Ramanujan

Sumário

1	Introdução	1
2	Zeros de Funções	3
3	Sistemas Lineares	8
4	Regressão Linear e Ajuste à Exponencial	12
5	Interpolação Polinomial	15
6	Integração Numérica	19
7	Equações Diferenciais Ordinárias	25
8	Referências	29

Introdução

Este livro surge em resposta ao Projeto de Pesquisa Interconecta que tinha como objetivo analisar situações-problema da área de engenharia civil e suas possíveis soluções através dos métodos de Cálculo Numérico.

A Engenharia Civil lida cotidianamente com problemas matemáticos de grande complexidade e que demandam grande precisão, como problemas de deformações em estruturas, transmissão de calor, fluxo de água em solos, entre outros. Para a maioria desses problemas não há uma solução analítica definida, sendo necessária a utilização de métodos numéricos para sua resolução.

Uma das disciplinas responsáveis pela análise numérica durante o curso de Engenharia Civil é o Cálculo Numérico que aborda os modelos matemáticos e algoritmos computacionais responsáveis para os mais diversos problemas, como por exemplo, na análise estrutural, mais especificamente, determinação de deslocamentos, deformações e tensões; análises de materiais: resistência, rigidez e fadiga; e, além disso, análises térmicas, acústicas, dinâmicas, eletromagnéticas e de mecânica dos fluidos.

Porém, uma das dificuldades atuais é a falta de materiais didáticos específicos para professores que lecionam a disciplina de cál-

culo numérico nos cursos de engenharia civil que possam fornecer subsídios para professores e estudantes se aprofundarem nos temas abordados na disciplina.

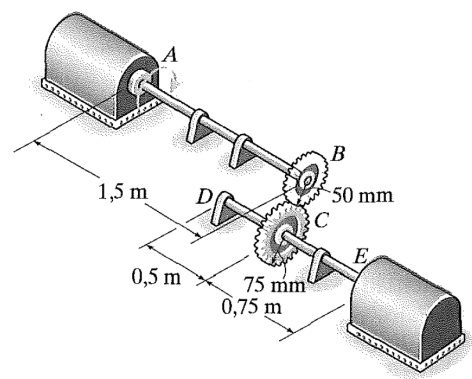
Analisando o cenário contemporâneo, observa-se que muitos livros didáticos adotados nesta disciplina acabam sendo generalistas e não focam em aplicações específicas da Engenharia Civil, e por este motivo, a produção de um material específico para este público permitirá uma melhor contextualização das aplicações dos modelos matemáticos na área da Engenharia Civil, que é o foco deste livro.

Zeros de Funções

2.0.1. Exercício (Torque) Adaptado de (Hibbeler, 2010) - Problema 5.61

Os eixos de 30 mm de diâmetro são feitos de aço-ferramenta L2 e estão apoiados em mancais que permitem aos eixos girarem livremente. Considerando que se o motor em A desenvolver um determinado torque (T) no eixo AB, enquanto a turbina em E é fixa e não pode girar, e que a quantidade de rotação da engrenagem C é de 0.0085 rad ,

determine o torque do motor A utilizando um método numérico de zeros de função com $\varepsilon < 10^{-4}$.



Equação

$$\phi_C - \frac{T_{CE}L_{CE}}{JG_{aço}} = 0 \quad \text{onde, } T_{CE} = \frac{75T_{AB}}{50}$$

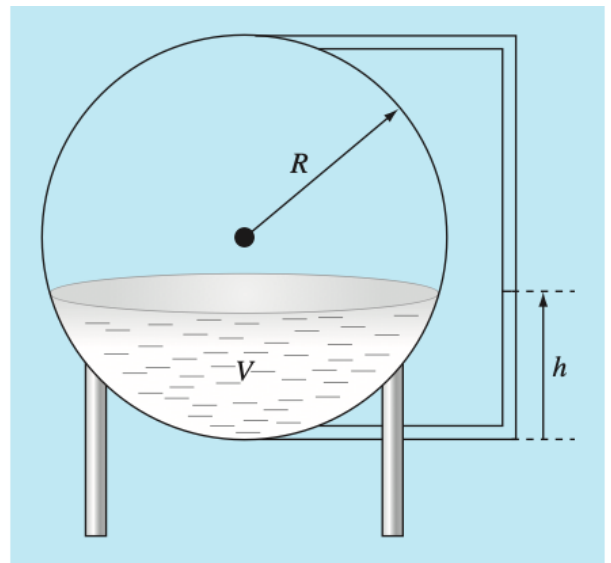
Resolução

$$0.0085 - \left[\frac{\frac{75T_{AB}}{50}(0.75)}{\frac{\pi}{2}(0.015)^4(75)(10)^9} \right] = 0$$

2.0.2. Exercício (Volume) (Chapra & Canale, 2016) - Problema 5.16

Você está projetando um tanque esférico para armazenar a água para uma pequena vila em uma região em desenvolvimento. O volume de líquido que ele armazena pode ser calculado por onde V é o volume [m^3], h é a profundidade da água no tanque [m], R é o raio do tanque [m]. Se $R=3m$, até que profundidade o tanque deve estar cheio para que ele armazene $30 m^3$? Utilize um dos métodos de zeros de função e determine h com $\varepsilon < 10^{-2}$,

sabendo que uma das raízes está no intervalo $[2;3]$.



Equação

$$V = \pi h^2 \frac{3R - h}{3}$$

2.0.3. Exercício (Estruturas) (Chapra & Canale, 2016) - Problema 8.15

O deslocamento de uma estrutura é definido pela seguinte equação para uma oscilação amortecida. Qual o tempo necessário para que o deslocamento diminua para 3.5? Use o método de Newton-Raphson para determinar a raiz até $\varepsilon < 10^{-3}$.

Equação

$$y = 9e^{-kt} \cos \omega t, \quad \text{onde } k=0.7 \text{ e } \omega = 4$$

2.0.4. Exercício (Estruturas) (Chapra & Canale, 2016) - Problema 8.16

Na engenharia estrutural, a fórmula da secante define a força por unidade de área P/A que causa uma tensão σ_m máxima em uma coluna de taxa de finura dada L/k , onde ec/k^2 é o raio de excentricidade e E é o módulo de elasticidade. Se para uma viga de aço $E = 200.000 \text{ MPa}$, $ec/k^2 = 0.4$ e $\sigma_m = 250 \text{ MPa}$, calcule P/A para $L/k = 50$. Lembre-se de que $\sec(x) = 1/\cos(x)$.

Equação

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_m}{1 + \left(\frac{ec}{k^2}\right) \sec\left[0.5 \sqrt{\frac{P}{AE}} \left(\frac{L}{k}\right)\right]}$$

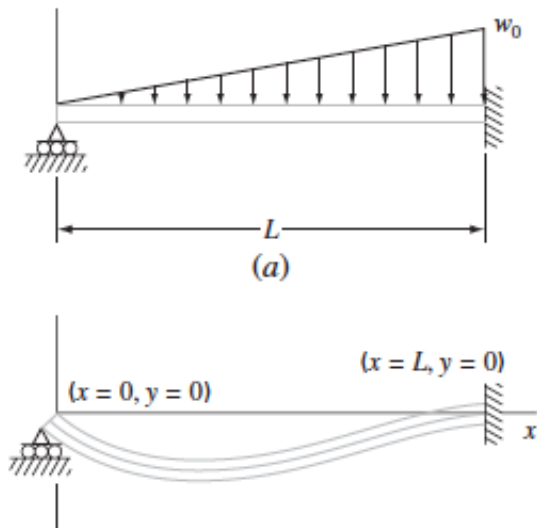
Resolução

$$0 = \frac{250}{1 + (0.4) \sec\left[0.5 \sqrt{\frac{x}{(200000)}} (50)\right]} - x$$

2.0.5. Exercício (Carga Distribuída) (Chapra & Canale, 2016) - Problema 8.18

A figura ao lado mostra uma viga uniforme sujeita a uma carga distribuída de forma linearmente crescente. A equação para a curva elástica resultante é apresentada abaixo. Use a bissecção para determinar o ponto de deflexão máxima (isto é, o valor de x onde $dy/dx=0$). A seguir, substitua esse valor na equação para determinar o va-

lor da deflexão máxima. Use os seguintes valores dos parâmetros nos seus cálculos: $L=600\text{cm}$, $E=50.000\text{kN/cm}^2$, $I=30.000\text{cm}^4$ e $\omega_0 = 2,5\text{kN/cm}$.



Equação

$$y = \frac{\omega_0}{120EIL}(-x^5 + 2L^2x^3 - L^4x)$$

2.0.6. Exercício (Taxa de Juros) (Chapra & Canale, 2016) - Problema 8.22

Você comprou uma peça de equipamento de R\$ 15.000,00 sem entrada e pagando R\$5.500,00 por ano por seis anos. Qual a taxa de juros que você está pagando? Como critério de parada utilize $\delta < 10^{-4}$ ou com no máximo 6 iterações sabendo que a taxa está no intervalo $[0,1; 0,6]$.

Equação

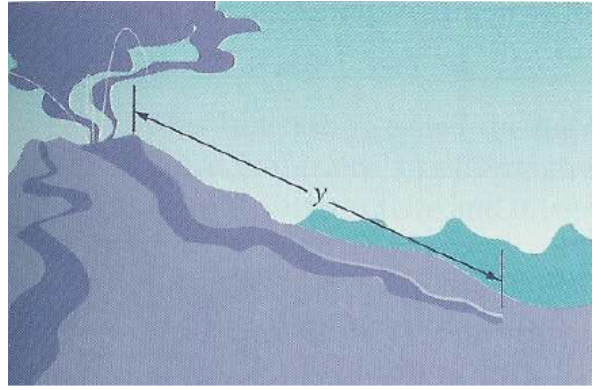
$$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

2.0.7. Exercício (Proteção Ambiental) (Monteiro, 2012) - Problema 5

Existe uma aldeia no sopé da montanha a uma distância de $y=10$. O gabinete de proteção civil advertiu os moradores da aldeia de que a lava chegaria às suas casas em menos de 6 horas.

Calcule utilizando um método iterativo que recorre ao cálculo de derivada, o instante de tempo em que a lava do vulcão atinge a aldeia. Considere $\varepsilon < 10^{-3}$. Utilize nos cálculos 4 casas de-

cimais. A figura representa um vulcão em erupção. A relação entre a distância y (milhas) percorrida pela lava e o tempo t (horas) é dada por:



Equação

$$y=7(2-0.9^t)$$

Sistemas Lineares

3.0.1. Exercício (Logística) (adaptado de Monteiro, 2012) - Problema 7 Cap. 3

Uma transportadora tem três tipos de caminhões, Caminhão 1, Caminhão 2 e Caminhão 3, que estão equipados para levar três tipos diferentes de máquinas. O Caminhão 1 pode levar uma máquina A, nenhuma máquina B e quatro máquinas C. O Caminhão 2 pode levar uma máquina A, uma máquina B e uma máquina C. Já o Caminhão 3 pode levar uma máquina A, duas máquinas B e seis máquinas C. Supondo que cada caminhão vai com carga máxima, quantos caminhões de cada tipo devemos enviar para transportar exata-

mente 12 máquinas A, 10 máquinas B e 16 máquinas C? Determine a solução deste sistema através do método de Gauss-Seidel, com $K_0(5; 5; 5)$ e $\delta < 0.001$.

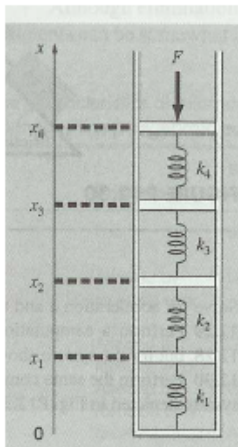


Equação

$$\begin{cases} 1c_1 + 4c_3 = 12 \\ 1c_1 + 1c_2 + 1c_3 = 10 \\ 1c_1 + 2c_2 + 6c_3 = 16 \end{cases}$$

3.0.2. Exercício (Molas) (adaptado de Monteiro, 2012) - Problema 5 Cap. 3

Considere a figura representando um sistema de 4 molas ligadas em série sujeito a uma força F de 2000 Kg. Numa situação de equilíbrio, as equações força-balanço deduzidas definem interrelações entre as molas, em que $k_1 = 150$, $k_2 = 50$, $k_3 = 75$ e $k_4 = 225$ são as constantes das molas (kg/s^2). Determine a solução deste sistema através do método de Gauss-Seidel com $K_0(13; 54; 82; 90)$ e $\delta < 0.05$.



$$\begin{cases} k_2(x_2 - x_1) = k_1 x_1 \\ k_3(x_3 - x_2) = k_2(x_2 - x_1) \\ k_4(x_4 - x_3) = k_3(x_3 - x_2) \\ F = k_4(x_4 - x_3) \end{cases}$$

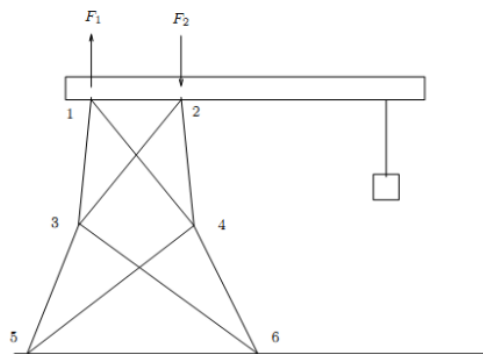
Equação

$$\begin{cases} -200x_1 + 50x_2 = 0 \\ 50x_1 - 125x_2 + 75x_3 = 0 \\ 75x_2 - 300x_3 + 225x_4 = 0 \\ 225x_3 - 225x_4 = -2000 \end{cases}$$

3.0.3. Exercício (Guindaste)

Para construir um guindaste de estrutura metálica é necessário saber o quanto de carga será carregada e o comprimento do braço do guindaste. Tendo essas informações é possível calcular através de sistemas lineares os ângulos e tamanhos das vigas de forma a anular forças e possibilitar que o guindaste consiga erguer a carga. Determine a solução deste sistema através

do método de Gauss-Seidel, com $\delta < 0.01$. ou no máximo em 6 iterações.

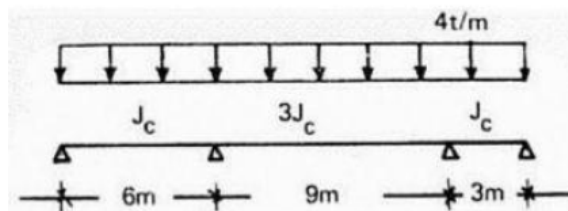


Equação

$$\begin{cases} 16x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 7 \\ -6x_1 + 7x_2 - 8x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 6x_2 + 19x_3 + x_4 = 8 \\ 6x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 15x_4 = 11 \end{cases}$$

3.0.4. Exercício (Hiperestáticas) adaptada de (Sussekkind, 1983)

Uma viga contínua, com três comprimentos, está submetida a um carregamento uniformemente distribuído com intensidade $q = 4\text{t/m}$. Determine os valores dos hiperestáticos resolvendo o sistema abaixo.

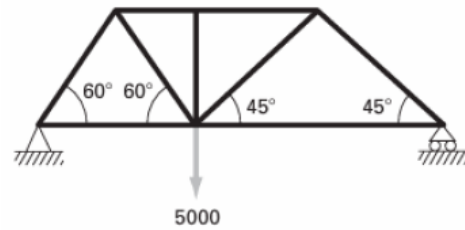


Equação

$$\begin{cases} 3x + 0.5y = 76.5 \\ 0.5x + 2y = 45 \end{cases}$$

3.0.5. Exercício (Trelças) adaptada de (Chapra, 2016) - Problema 12.19

Durante o cálculo das forças e reações na treliça da imagem ao lado surge o sistema a seguir. Determine os valores de F_{AB} , F_{AC} e F_{BC} .

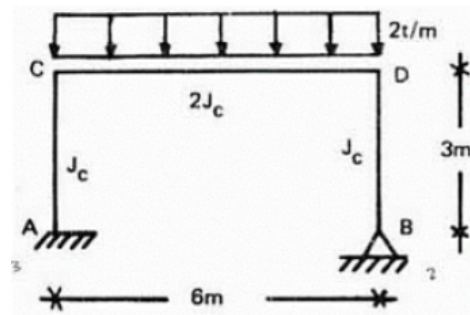


Equação

$$\begin{cases} 1F_{AB} - 1.414F_{AC} = 0 \\ -0.866F_{AB} + 1F_{AC} + 0.707F_{BC} = 2500 \\ -0.707F_{AC} + 0.707F_{BC} = 5000 \end{cases}$$

3.0.6. Exercício (Diagrama de Esforços) adaptada de (Sussekind, 1983)

O pórtico da imagem ao lado está submetido a um carregamento distribuído de $2t/m$. Ao realizar os diagramas de esforços solicitantes e as reações de apoio da estrutura encontramos o sistema abaixo. Determine a solução deste sistema.



Equação

$$\begin{cases} 12x + 6y = 36 \\ 6x + 4y = 18 \end{cases}$$

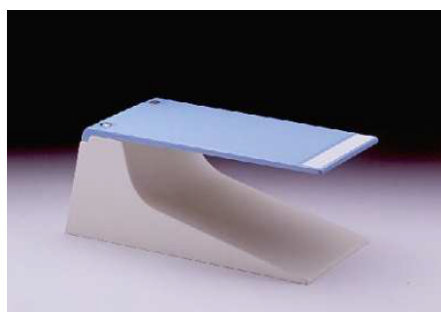
Regressão Linear e Ajuste à Exponencial

4.0.1. Exercício (Deflexão) (adaptado de Monteiro, 2012) - Problema 4 Cap. 5

Considere a seguinte tabela que representa a deflexão em *cm* de uma prancha de saltos, em um salto de um atleta olímpico, em vários instantes de tempo de preparação.

t	0.5	1.5	2	4
$f(t)$	1.75	-1.25	-2	0

Determine a reta de regressão linear da deflexão e estime $f(t)$ quanto $t = 3$. Para tanto, use o método de Gauss-Seidel com $\varepsilon < 10^{-2}$.



4.0.2. Exercício (Deformação)

Em um experimento de teste de compressão, a carga (P) e a deformação (σ) de um material foram registradas em diferentes momen-

tos. Utilizando o método de regressão linear, determine a relação entre a carga e a deformação para os dados experimentais fornecidos.

$$P = 10, \sigma = 0,2$$

$$P = 20, \sigma = 0,4$$

$$P = 30, \sigma = 0,6$$

4.0.3. Exercício (Deformação) (adaptada de Montgomery & Runger, 2021) - Problema Cap. 7

Em uma análise de tensão e deformação em um material sujeito a diferentes níveis de carga, são registrados os seguintes dados de carga (P) e tensão (σ) no material:

$$P = 10 \text{ kN}, \sigma = 50 \text{ MPa}$$

$$P = 20 \text{ kN}, \sigma = 100 \text{ MPa}$$

$$P = 30 \text{ kN}, \sigma = 150 \text{ MPa}$$

$$P = 40 \text{ kN}, \sigma = 200 \text{ MPa}$$

$$P = 50 \text{ kN}, \sigma = 250 \text{ MPa}$$

Determine qual será a carga para a tensão de 300 MPa .

4.0.4. Exercício (Capacidade de Calor) (adaptado de Monteiro, 2012) - Problema 1 Cap. 6

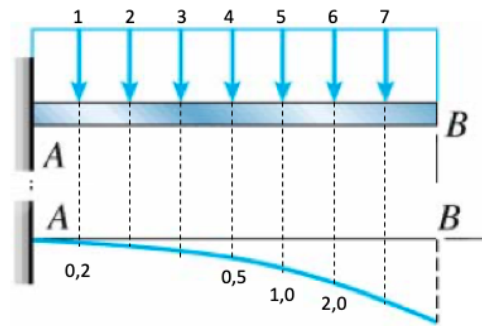
Na realização de uma experiência, determinaram-se os seguintes valores da capacidade de calor C a várias temperaturas T , de um metal.

T	-50	-20	10	70	100	120
C	0.125	0.128	0.134	0.144	0.150	0.155

Com base na tabela, determine a reta de regressão linear da deflexão e estime C quanto $T = 50^\circ$. Utilize o método de Gauss-Seidel com $K_0(0.00; 0.05)$ e $\delta < 0.0001$.

4.0.5. Exercício (Deflexão)

Determine a equação da curva de deflexão para uma viga engastada AB submetida a um carregamento uniforme de intensidade q . Com base nos dados da imagem, aproxime o valor da deflexão quando $x = 7$, utilizando ajuste à exponencial.



Utilize o método de Gauss-Seidel com $K_0(0.00; 0.35)$ e $\delta < 0.001$.

4.0.6. Exercício (Tratamento de Água) (Monteiro, 2012) - Problema 5 Cap. 6

O custo de investimento (C) em construção civil de um arejador num sistema de lamas ativadas numa Estação de Tratamento de Águas Residuais depende do volume (v) do tanque é medido confirme a equação abaixo em que c_1 e c_2 são parâmetros a estimar pela técnica dos mínimos quadrados a partir dos dados re-

colhidos de uma construtora.



$V \text{ em mil m}^3$	0.4	0.6	1.0	1.3
$C \text{ em milhares de euros}$	87	160	190	366

Utilize o método de Gauss-Seidel com $K_0(0.00; 1.00)$ e $\delta < 0.01$.

Equação

$$C = c_1 e^{c_2 v}$$

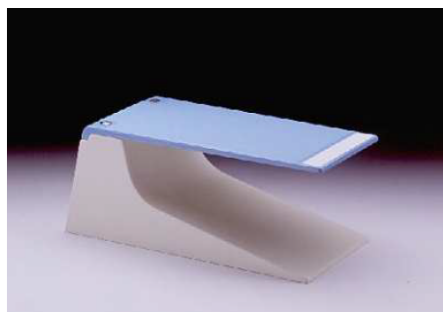
Interpolação Polinomial

5.0.1. Exercício (Deflexão) (adaptado de Monteiro, 2012) - Problema 4 Cap. 5

Considere a seguinte tabela que representa a deflexão em *cm* de uma prancha de saltos, em um salto de um atleta olímpico, em vários instantes de tempo de preparação.

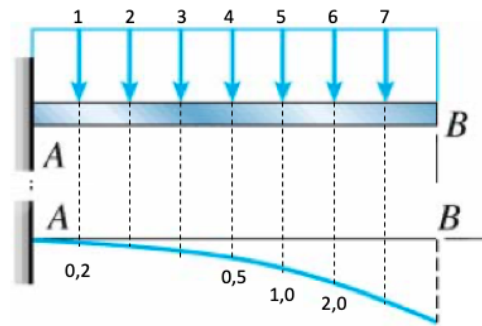
t	0.5	1.5	2	4
$f(t)$	1.75	-1.25	-2	0

Determine o polinômio interpolador da deflexão e estime $f(t)$ quanto $t = 3$.



5.0.2. Exercício (Deflexão)

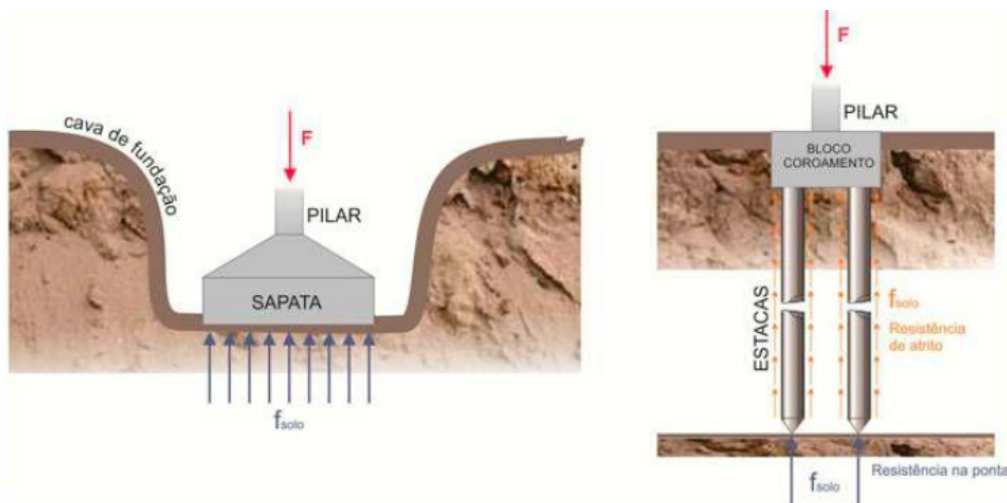
Determine a equação da curva de deflexão para uma viga engastada AB submetida a um carregamento uniforme de intensidade q . Com base nos dados da imagem, aproxime o valor da deflexão quando $x = 7$, utilizando os métodos de interpolação.



5.0.3. Exercício (Fundações) (Braja, 2014) - Problema 10.2

Uma fundação superficial quadrada de 4 metros de lado está sendo construída sobre um solo argiloso. Foram realizadas sondagens de resistência ao longo da profundidade e os seguintes valores de resistência à compressão foram obtidos na tabela abaixo. Determine a função da resistência ao longo da profundidade e estime o assentamento da fundação a 3 metros de profundidade.

<i>profundidade m</i>	0	2	4
<i>resistência kN/m^2</i>	150	200	300



5.0.4. Exercício (Hidráulica)

Um reservatório de forma cilíndrica tem altura $h = 12$ m e está parcialmente cheio de água. Medições de pressão foram feitas em três alturas diferentes conforme a tabela abaixo. Determine a pressão a $h = 5$ m de altura.

<i>Altura (m)</i>	3	6	9
<i>Pressão (kPa)</i>	29.43	58.86	88.29

5.0.5. Exercício (Temperatura) (adaptada de Chapra & Canale, 2016) - Problema 17.1

Uma determinada região apresentou as seguintes temperaturas, foram medidas em um lago a diferentes profundidades, 0 metros, a temperatura é 20°C , a 5 metros, a temperatura é 15°C , a 10 metros, a temperatura é 10°C e 20 metros, a temperatura é 5°C . Determine a temperatura estimada a uma profundidade de 7.5 metros.

5.0.6. Exercício (Terraplenagem) (adaptada de Kreyszig, 2017)

Em um projeto de terraplenagem, as seguintes elevações foram medidas em diferentes distâncias:

A 0 metros, a elevação é 5 metros.

A 40 metros, a elevação é 6 metros.

A 50 metros, a elevação é 8 metros.

A 90 metros, a elevação é 7 metros.

Determine a elevação quando a distância for de 25 metros.

5.0.7. Exercício (Elasticidade) (adaptada de Gerald & Wheatley, 1994)

Um engenheiro civil analisou a variação do módulo de elasticidade de um concreto em diferentes idades. Os dados obtidos são os seguintes:

7 dias - 14 Gpa
14 dias - 25 Gpa
21 dias - 30 Gpa
28 dias - 32 Gpa

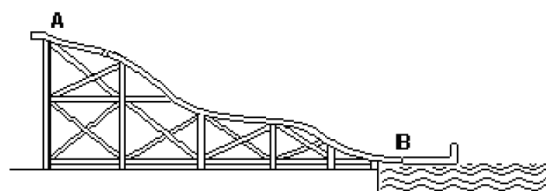
Determine o módulo de elasticidade estimado para o concreto aos 10 dias.

Integração Numérica

6.0.1. Exercício (Distância) (adaptado de Monteiro, 2012) - Problema 9 Cap. 7

A figura mostra um carro de brita que desliza, sem atrito, do ponto A, até encontrar o repouso no ponto B. A partir deste instante, o carrinho move-se junto na água até parar. Sabendo que a velocidade do conjunto é 4 m/s e que a velocidade, v , em cada instante t na água é dada pela

tabela seguinte, calcule (usando todos os pontos de tabela) a distância percorrida pelo conjunto até parar.

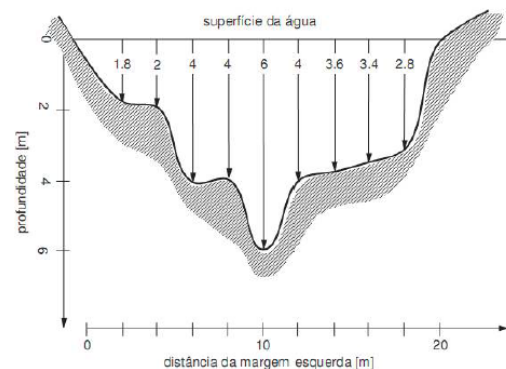


t	0.0	0.3	0.6	0.8	1.0	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6	4.2
v	4.0	3.9	3.7	3.5	3.3	2.9	2.5	2.0	1.25	0.75	0.0

6.0.2. Exercício (Seção de Rio)

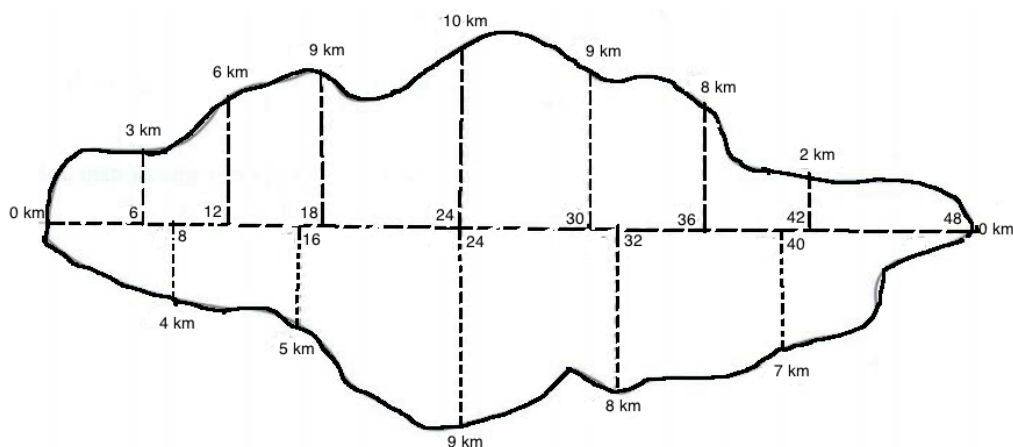
A determinação da área da seção reta de rios e lagos é importante em projetos de prevenção de enchentes (para o cálculo de vazão da água) e nos projetos de reservatórios (para o cálculo do volume total de água). A menos que dispositivos tipo sonar sejam usados na obtenção do perfil do fundo de rios/lagos, o engenheiro civil deve trabalhar com valores da profundidade, obtidos em pontos discretos da superfície. Um exemplo típico de se-

ção reta de um rio está mostrado, aproximadamente, na figura a seguir. Usando as regras de integração numérica calcule a área da seção deste rio de forma mais precisa.



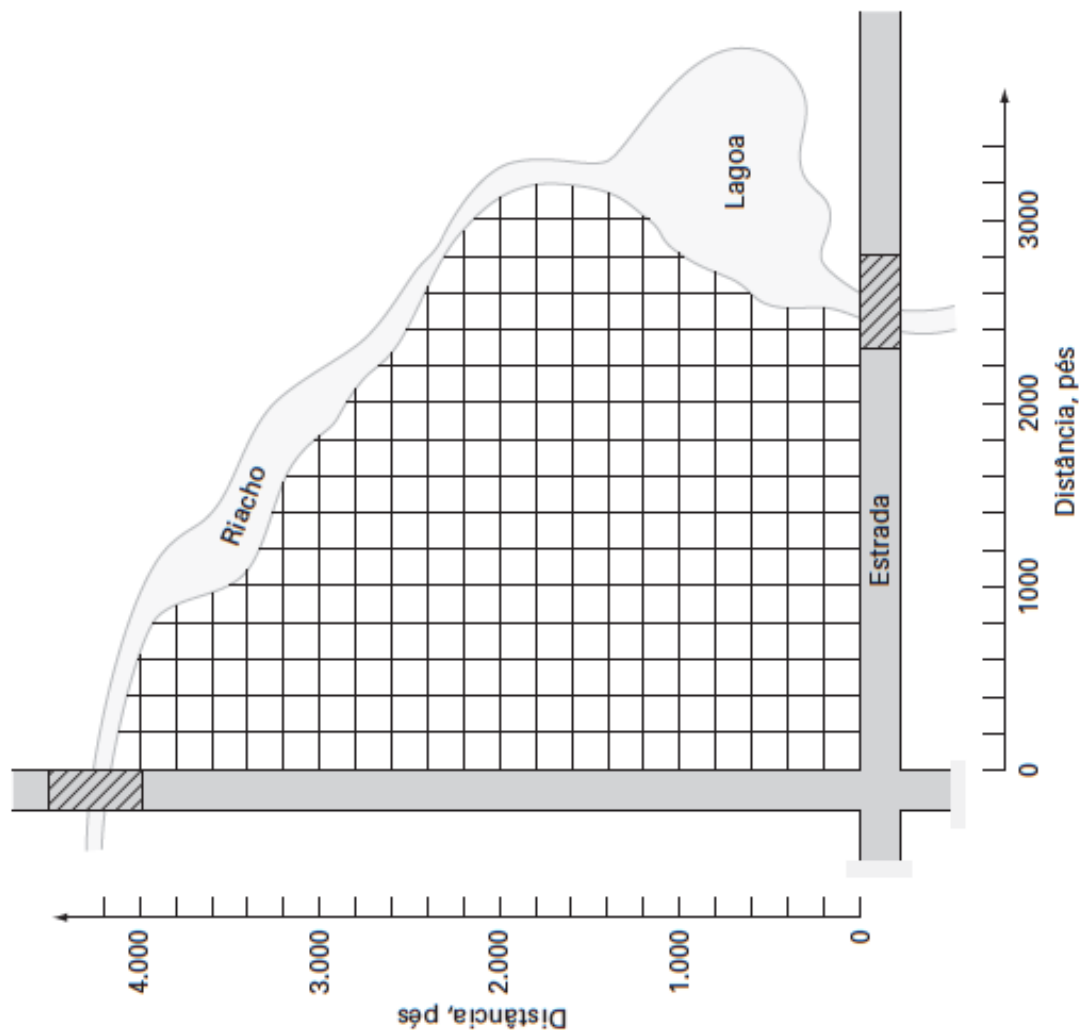
6.0.3. Exercício (Área Superficial)

Calcule a área superficial do lago utilizando os métodos mais implementados de integração numérica.



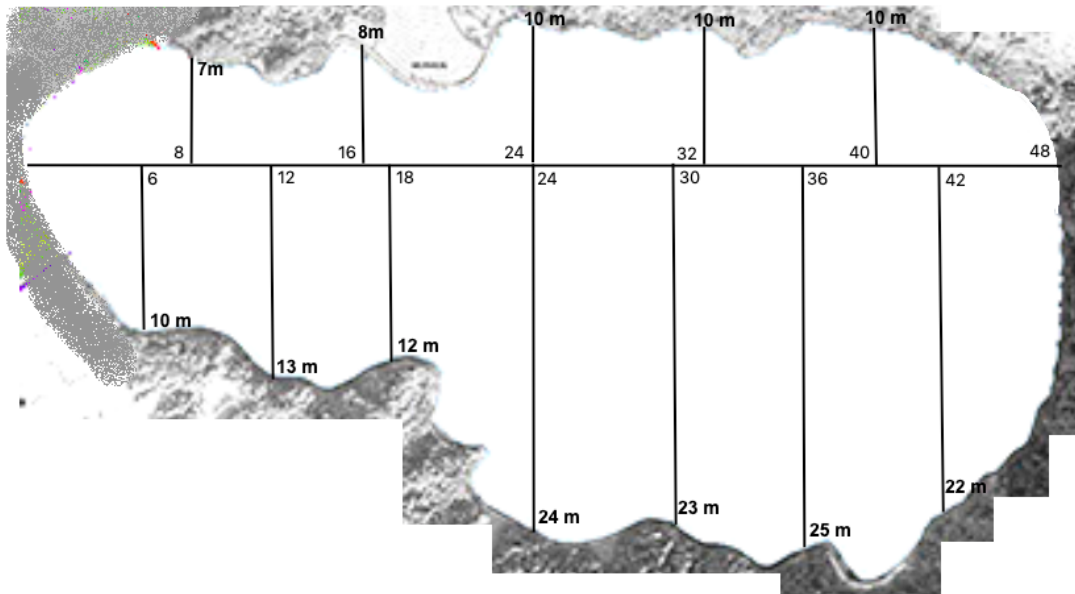
6.0.4. Exercício (Área Superficial) (adaptado de Chappra & Canale, 2016) - Problema 24.19

O terreno da imagem abaixo está limitado por uma estrada perpendicular e por um riacho. As diferentes distâncias de comprimento e largura (em metros) foram medidas e expressas na imagem. Determine a área com base nos conhecimentos em integração numérica, usando os métodos mais otimizados.



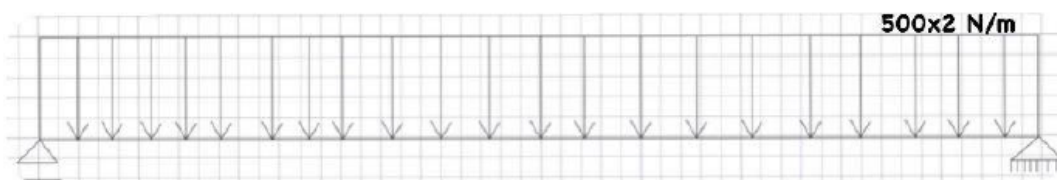
6.0.5. Exercício (Região Superficial)

Em uma análise territorial realizada no Complexo Ambiental da Lagoa das Sete Cidades em São Miguel - Açores foi necessário o cálculo da região superficial ocupada por um lago, representado na imagem abaixo. Utilizando os conhecimentos em integração numérica, determine a área superficial do lago.



6.0.6. Exercício (Momento Fletor)

Uma viga de 10 metros está sujeita a uma carga distribuída que varia com o comprimento da viga segundo a função $W(x) = 500x^2 \text{ N/m}$. Determine o momento fletor na viga em $x = 10$ metros. Utilize $n = 16$.



Equação

$$\int_0^{10} 500x^2 dx$$

6.0.7. Exercício (Terraplanagem) (adaptado de Pinto, 2000)

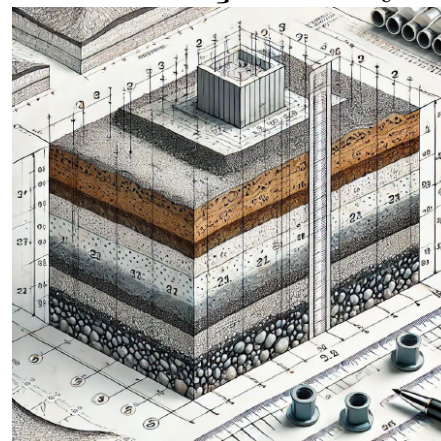
Em um projeto de terraplanagem, o perfil do terreno natural e o perfil do projeto são fornecidos os perfis transversais medidos a cada 62,5 metros ao longo de uma estrada de 500 metros.

As secções dos perfis em intervalos são fornecidas com $A = [20, 24, 18, 15, 10, 8, 5, 3, 1]$. Determine o volume total de corte e aterro.

6.0.8. Exercício (Mecânica dos solos) (Atkinson, 1993) - Problema Cap. 6.

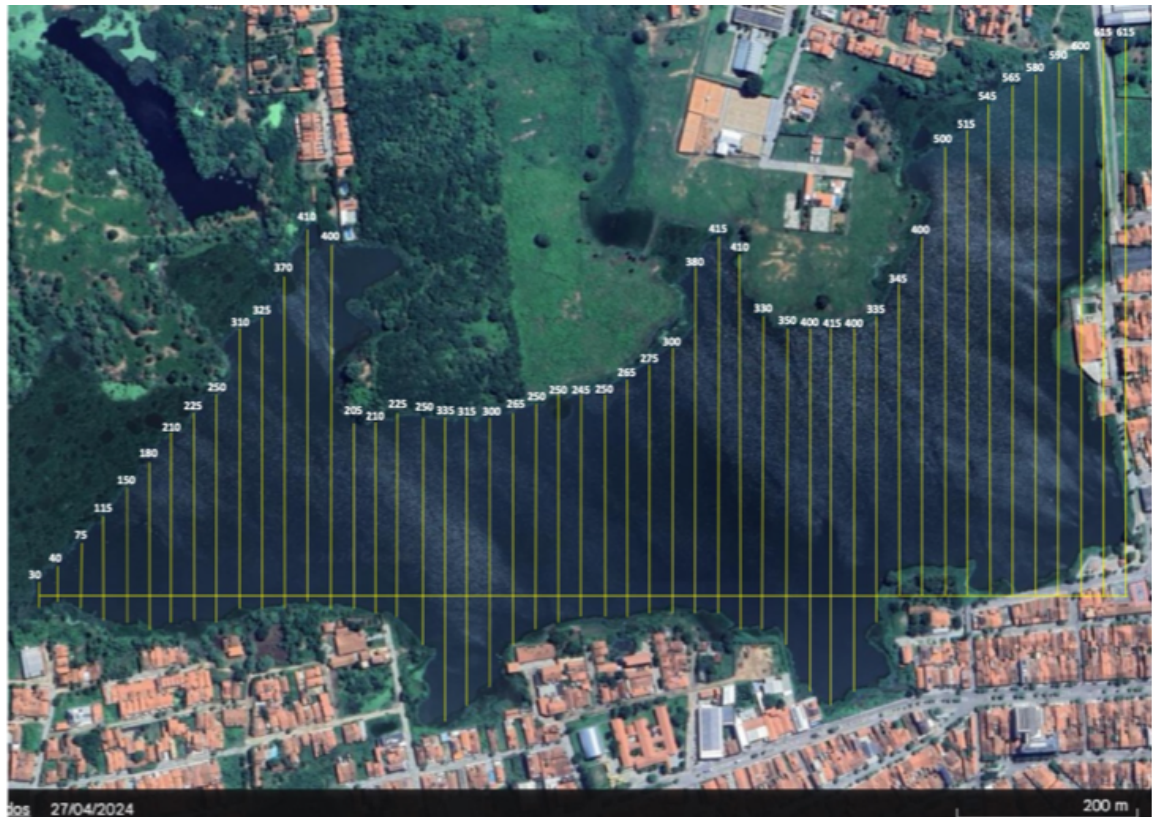
O solo sob uma fundação possui um perfil de compressibilidade que varia com a profundidade de acordo com a função $\sigma(z) = 1000e^{-0.5z} \text{ kPa}$, onde z é a profundidade em metros. Determine o assentamento total da fundação em uma profundidade no intervalo de 0 a 10 metros. **Atenção:** Após o cálculo da área, divida o valor pelo módulo

de deformação volumétrica, que nesta situação é: $m_v = 200 \text{ kPa}$.



6.0.9. Exercício (Área)

Calcule a área aproximada do Açude Grande em Cajazeiras/PB, sabendo que tem-se 48 subintervalos de 25m.

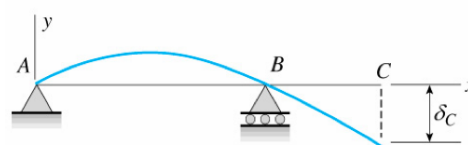
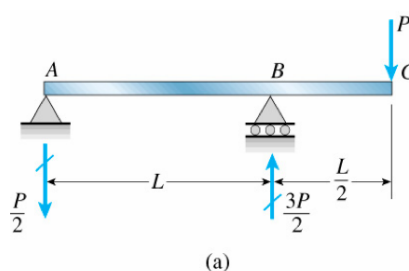


Equações Diferenciais Ordinárias

7.0.1. Exercício (Deflexão)

A EDO abaixo rege o comportamento de uma viga simples AB com um balanço BC que suporta um carregamento concentrado P na extremidade do balanço conforme a imagem abaixo. Calcule $y(1.4)$ com $h=0.1$ utilizando o método de Runge-Kutta de 4a. ordem. Determine também o erro sabendo que a primitiva é

$$y(x) = \sin(x) - x^2 + 1.$$



Equação

$$\begin{cases} y' = \cos(x) - 2x \\ y(1) = 0.8414 \end{cases}$$

7.0.2. Exercício (Mecânica dos Fluidos)(adaptada de Chapra & Canale, 2016) - Problema 25.11

Se água for drenada de um tanque cilíndrico vertical abrindo-se uma válvula na base, ela escoará rapidamente quando o tanque estiver cheio e mais lentamente conforme ele continuar a ser drenado. A profundidade da água y é medida em metros e o tempo t , em minutos. Dado que o valor inicial de água no tanque é de 3 metros, determine o volume quando $t = 5$ min, utilizando um passo de 0.5 min.

Equação

$$\begin{cases} y' = -0.06\sqrt{y} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

7.0.3. Exercício (PVI)

Considerando o PVI abaixo, determine $y(5)$ com $h=1$. Depois determine o erro considerando a solução exata sendo: $y(x) = 2e^x - x - 1$.

Equação

$$\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

7.0.4. Exercício (PVI) (adaptada de Ruggiero & Lopes, 1996)

Considerando o PVI abaixo, determine $y(1)$ com $h=0.2$.

Equação

$$\begin{cases} y' = \left(\frac{2y}{x+1}\right) + (x+1)^3 \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

7.0.5. Exercício (PVI) (adaptada de Ruggiero & Lopes, 1996)

Considerando o PVI abaixo, determine $y(0.5)$ com $h=0.1$.

Equação

$$\begin{cases} y' = y - x \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

7.0.6. Exercício (PVI)(adaptada de Ruggiero & Lopes, 1996)

Considerando o PVI abaixo, determine $y(0.5)$ com $h=0.1$. Depois determine o erro considerando a solução exata sendo: $y(x) = e^x + x + 1$.

Equação

$$\begin{cases} y' = y - x \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

7.0.7. Exercício (PVI)(adaptada de Ruggiero & Lopes, 1996)

Considerando o PVI abaixo, determine $y(1)$ com $h=0.2$.

Equação

$$\begin{cases} y' = x - y + 2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

7.0.8. Exercício (PVI)(adaptada de Ruggiero & Lopes, 1996)

Considerando o PVI abaixo, determine $y(2)$ com $h=0.5$.

Equação

$$\begin{cases} y' = \cos x + 1 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

7.0.9. Exercício (PVI)(adaptada de Ruggiero & Lopes, 1996)

Considerando o PVI abaixo, determine $y(2)$ com $h=0.5$. Depois determine o erro considerando a solução exata sendo: $y(x) = -x^2 + 4x + 2$.

Equação

$$\begin{cases} y' = -2x + 4 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Referências

ATKINSON, John. An introduction to the mechanics of soils and foundations : through critical state soil mechanics. London : McGraw-Hill Book Company, 1993.

BRAJA, Das. Fundamentos de engenharia geotécnica. Cengage Learning, 2014.

CHAPRA, Steven C.; CANALE, Raymond P. Métodos Numéricos para Engenharia-7^a Edição. McGraw Hill Brasil, 2016.

GERALD, Curtis; WHEATLEY, Patrick. Applied Numerical Analysis. Addison-Wesley Publishing Company, 1994.

HIBBELER, Russell Charles. Resistência dos materiais I; tradução Arlete Simille Marques; revisão técnica Sebastião Simões da Cunha Jr. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

MONTGOMERY, Douglas; RUNGER, George. Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros. LTC, 2021.

KREYSZIG, Erwin. Advanced engineering mathematics, 8th ed. - New York: J. Wiley & Sons, 2017.

MONTEIRO, M. Teresa T. Métodos Numéricos: exercícios resolvidos aplicados à Engenharia e outras Ciências, 2012.

PINTO, Carlos de Sousa. Curso básico de mecânica dos solos. São Paulo: Oficina dos textos, 2000.

RUGGIERO, M. A. e LOPES, V. L. R. Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais. 2 ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996.

SUSSEKIND, José Carlos. Curso de análise estrutural. Volume 2. Globo, 1983.

William **SANTOS**



SOBRE O AUTOR

Pós-Doutor pelo PPGEFHC-UFBA.
Doutor e Mestre em Modelagem Computacional de Sistemas Cognitivos - Senai/Cimatec.
Licenciado em Matemática.
Docente do Instituto Federal da Paraíba - Campus Cajazeiras.
Docente Colaborador do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências (PPGEFHC-UFBA).
Coordenador do Grupo Cajazeirense de Pesquisa em Matemática.
Pesquisador da Rede de Pesquisa Comunidades Virtuais/UFBA.
Criador do site Reforço Virtual de Matemática.
Consultor pedagógico na criação de jogos digitais educacionais.
Tem por área de interesse a Educação Matemática e Tecnologias Digitais.
1º lugar no Concurso para Professor EBTT Matemática - Perfil 1 - Instituto Federal da Paraíba - Edital 148/2018.
1º lugar no Concurso para Professor EBTT Matemática - Instituto Federal Baiano - Edital 64/2019.

CONTATO

@
william.souza@ifpb.edu.br
www.reforcovirtualdematematica.com.br
http://lattes.cnpq.br/2735274515992218

Fernanda **OLIVEIRA**



SOBRE A AUTORA

Estudante de Engenharia Civil pelo Instituto Federal da Paraíba (IFPB) - Campus Cajazeiras (7º período).
Técnica em Edificações pelo Instituto Federal da Paraíba (IFPB) - Campus Cajazeiras.
Estagiária na Prefeitura Municipal de Cajazeiras - PB.
Jovem Aprendiz na Companhia de Águas e Esgotos da Paraíba (CAGEPA).
Estagiária na empresa Cruz Domingos Engenharia.
Atualmente Assessora Comercial na Empresa Júnior I-Minerva.
Tem interesse nas áreas de gestão de projetos, construção civil e empreendedorismo.

CONTATO

@
fernanda.oliveira.2@academico.ifpb.edu.br

