ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES: UMA NOVA TÉCNICA UTILIZANDO AS BARRAS DE CUISENAIRE

William de Souza Santos
Instituto Federal da Paraíba
william.souza@ifpb.edu.br

Resumo
A aprendizagem dos números racionais é de extrema importância para o desenvolvimento do trabalho algébrico ao longo de toda fase estudantil. Seus estudos se iniciam a partir do 4º e 5º ano escolar, quando os alunos possuem em média 10 e 11 anos, que segundo Piaget (1983), compreende o estágio operatório concreto, onde é importante a utilização de objetos concretos e/ou situações passíveis de serem manipuladas ou imaginadas de forma concreta, para assim permitir uma melhor transposição dos conceitos. Pensando nisso, este artigo tem o objetivo de demonstrar uma possibilidade de utilização das barras de Cuisenaire no ensino de adição e subtração de frações. Para tanto, é apresentada uma demonstração de utilização das barras de Cuisenaire, onde tanto professores e alunos podem compreender e relacionar os conceitos de adição e subtração de frações. Como resultado é apresentado este inovador método de operacionalizar frações que pode trazer contribuições para o ensino e aprendizagem destes conceitos de números racionais, imprescindível na carreira escolar.

Palavras-chave: Frações; Barras de Cuisenaire; Estágio Operatório Concreto.

1 Introdução

Segundo as pesquisas de Bertoni (2009), o conteúdo de frações é considerado um dos mais difíceis na etapa do Ensino Fundamental, considerando o baixo rendimento que os educandos têm apresentado neste conteúdo nas avaliações nacionais.

Investigando os motivadores destas dificuldades, Nunes et al. (2009) aponta que os educandos acabam aprendendo frações por meio da memorização de regras sem a compreensão das mesmas, não percebendo aspectos de extrema importância para o conteúdo, somado isso ao fato de que grande parte das aulas estão pautadas em métodos tradicionais, cuja ênfase está nas nomenclaturas e na divisão de figuras geométricas planas em partes iguais.

Tendo em vista essas dificuldades, é necessário que os professores estabeleçam novas práticas que favoreçam um aprendizado significativo sobre frações, permitindo que com os alunos possam refletir sobre suas ações ao invés de apenas memorizar regras mecânicas durante a resolução das operações que envolvem frações.

Pensando nisso, a primeira coisa que convém ao professor é compreender como ocorre o processo de aprendizagem dos alunos que estão no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, anos onde se iniciam os estudos sobre as frações, temática que será discutida na próxima seção.

2 Os Estágios Cognitivos de Jean Piaget

Jean Piaget (1983) concebeu em seus estudos que o desenvolvimento cognitivo das crianças está dividido em 4 estágios, onde o estágio anterior serve como alicerce para o posterior. Segundo este autor, o primeiro estágio é o sensório-motor, que se estende do nascimento até os dois anos de idade. Nesta etapa, o bebê de forma gradual torna-se capaz de organizar atividades em relação ao ambiente, utilizando sua atividade sensorial e motora para aprender. O segundo estágio é o pré-operacional se estende dos dois aos sete anos de idade, onde a criança desenvolve um sistema representacional e usa símbolos, tais como palavras para representar pessoas, lugares e eventos.

O terceiro estágio é o das operações concretas, dos sete aos 12 anos de idade, onde a criança pode resolver problemas de maneira lógica, se eles estiverem voltados ao aqui e agora. É neste estágio que os alunos começam a estudar os conceitos sobre frações. E o último estágio é das operações formais que tem início aos 12 anos de idade e se estende até a vida adulta. É neste momento que a pessoa pode pensar em termos abstratos, lidar com situações hipotéticas e pensar em possibilidades.

Aprofundando mais no terceiro estágio, importante no contexto do ensino das frações, iremos discutir mais características sobre esta etapa e sobre como propiciar um melhor ensino para os alunos deste estágio. Nessa fase das operações concretas, a criança começa a lidar com o conceito de números e suas relações. É quando se iniciam os primeiros cálculos mentais, porém, como esta não é uma habilidade totalmente maturada, o aluno depende de alguns artifícios para ser capaz de construir aquele aprendizado.

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus Cajazeiras ISSN: 2525-3727

Estes artifícios se referem a utilização de objetos (materiais concretos) ou situações passíveis de serem manipuladas ou imaginadas de forma concreta, pois através deles, o aluno poderá raciocinar de forma coerente, estabelecendo esquemas conceituais e construindo conhecimento.

Segundo Piaget (2003), o aluno neste estágio tem a capacidade de organizar o mundo de forma lógica ou operatória, não se limitando mais a uma representação imediata, mas ainda dependendo do mundo concreto para desenvolver a abstração. Para este autor, o conhecimento nesta fase é construído por meio da interação com o objeto, que fornece uma ferramenta relevante para uma possível formalização e solução do problema proposto.

Considerando estas características sinalizadas por Piaget (2003) quanto os alunos pertencentes ao estágio operatório concreto, é necessário conceber que uma prática pedagógica que se apoie na utilização de materiais concretos e problemas significativos pode permitir um melhor aprendizado quando os conhecimentos referentes as frações.

3 A Aprendizagem de Números Racionais

O ensino de frações é tão importante como o processo do ensino e aprendizagem de qualquer outro conteúdo matemático, na medida que os números racionais se encontram presentes e relacionados com outros conceitos trabalhados na própria disciplina de Matemática em todos os níveis de ensino desde a educação básica passando pelo ensino superior e sendo utilizados no contexto social da nossa vida.

De acordo com o Miorim (1995) a aprendizagem de números racionais constituem a base para outros conteúdos de cunho fortemente social como por exemplo, o estudo das medidas, proporcionalidade, porcentagem e juros.

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais - BRASIL (1997), o principal objetivo do ensino dos números racionais é levar o aluno a perceber que este conjunto de números surge da necessidade de operacionalizar e resolver problemas cujos números naturais não são capazes de solucionar.

Apesar da importância dos números racionais, o processo de ensino e aprendizagem das frações ainda é um desafio para professores e alunos. Segundo Campos e Rodrigues,

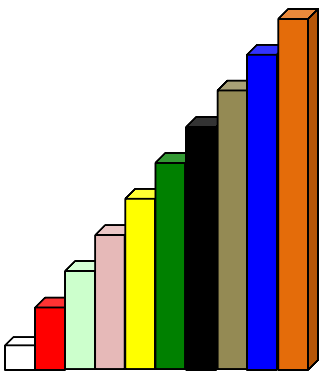
> [...] a prática de sala de aula, entretanto, revela que mesmo alunos de nível médio ou superior apresentam dificuldades no trato com as frações e demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos (CAMPOS E RODRIGUES, 2007, p. 70),

Por este motivo, cada vez mais tem se buscado nossos artifícios e metodologias que possam auxiliar os professores quanto o ensino dos números racionais e possibilitar aos alunos uma aprendizagem significativa deste assunto que sempre será utilizado não só em seu futuro escolar como também na sua vida nos mais diversos contextos.

4 O Material Cuisenaire

O Material Cuisenaire foi projetado e criado por Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980) com o objetivo de apoiar de forma estruturada a aprendizagem de conceitos básicos da Matemática. Este material é um conjunto de barras com medidas de comprimento e cores diferentes, com a forma de prismas retangulares (paralelepípedos), sendo um centímetro quadrado a medida da área das faces menores, podendo simbolizar, cada barra, um dos números naturais até dez, conforme pode ser visto na Figura 1.

Figura 1: Técnica de medição da altura da torre



Fonte: Própria

Este material começou a ser amplamente difundido com o professor egípcio Caleb Gattegno, no ano de 1952, que segundo sua concepção, este material permite um ensino da Matemática de forma mais lúdica e que, simultaneamente, permitisse aos alunos compreender que aprendiam sem depender exclusivamente a processos de memorização, mas principalmente pela experiência da manipulação dos materiais concretos.

Segundo Tavares (2014), utilizar o material de Cuisenaire,

> permite desenvolver a atenção, a memória, a imaginação, a criatividade, as capacidades de cálculo mental, de associação, de comparação (igualdade, desigualdade e a relação de ordem), de dedução, a construção de noções matemáticas e a abstração. E, também, o sentido de número, incluindo a compreensão e utilização das relações entre as operações (adição, subtração, multiplicação e divisão). E, ainda, capacidades de observação, de motricidade fina e o sentido geométrico (TAVARES, 2014, p.32).

Já para Costa, Alves, Coelho e Tavares (2010), a utilização do material permite entre diversas possibilidades, explorar as propriedades das operações aritméticas elementares; explorar frações e decimais; construir gráficos de barras (colunas); explorar simetrias; explorar padrões; medir perímetros; medir áreas e volumes.

Pensando nestas falas, a utilização do Material de Cuisenaire pode agregar valor ao aprendizado das operações com frações, permitindo com que os alunos possam criar esta conexão entre a operação mental e o material concreto. Após um período de investigação de como o Material de Cuisenaire vinha sendo utilizado no ensino de frações, foi verificado pelo autor deste artigo, uma nova de forma de aplicação do potencial deste material, desconhecida ainda por outros autores que utilizam dele, aplicação esta que será demonstrada a seguir.

5 A Nova Técnica[1] de Adição e Subtração de Frações usando as Barras de Cuisenaire

[1] Crê-se que este método é inédito e foi desenvolvido pelo autor deste artigo no ano de 2014, registrado no vídeo (https://youtu.be/67WZtz0_6-I), já que não foram encontrados registros anteriores da aplicação do método aqui proposto. No ano de 2015 foi desenvolvido um método similar por outro autor, que está disponível no link: https://youtu.be/HETOiybojjs e utiliza a construção de frações equivalentes para operacionalizar as frações.

Para que seja possível utilizar este método proposto, é necessário primeiramente estabelecer a representatividade de cada barra no campo fracionário, conforme está demonstrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Material de Cuisenaire

Cor	Fração
Branca	1/1
Vermelha	1/2
Verde claro	1/3
Rosa	1/4
Amarela	1/5
Verde Escuro	1/6
Preta	1/7
Marrom	1/8
Azul	1/9
Laranja	1/10

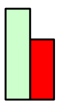
Fonte: Própria

Estabelecido isso, podemos efetuar as adições e subtrações. Utilizaremos a adição abaixo (Equação 1) como exemplo de aplicação do método. Neste caso, se quer somar as frações um terço e um meio.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \tag{1}$$

O primeiro passo é selecionar as barras que representam um terço e um meio, colocando-as lado a lado conforme a Figura 2.

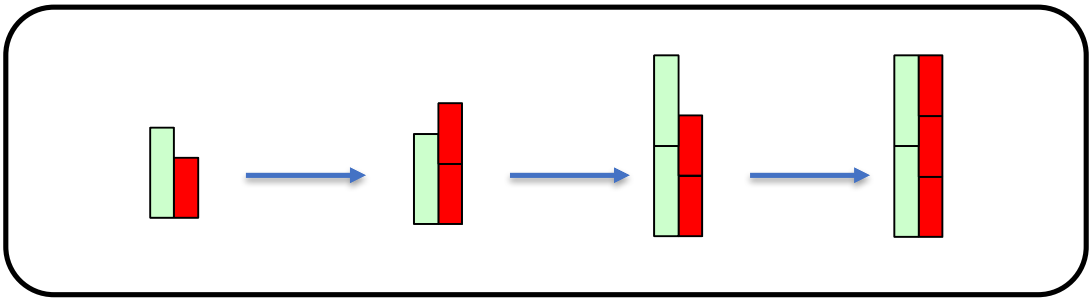
Figura 2 – Material de Cuisenaire



Fonte: Própria

O processo de adição utilizando o Material de Cuisenaire é simples. É necessário apenas fazer com que as colunas fiquem com a mesma altura, e para que isso aconteça vamos acrescentando em ambas colunas peças semelhantes, até que as colunas fiquem com a mesma altura, como pode ser visto na Figura 3.

Figura 3 – Adição com Material de Cuisenaire



Fonte: Própria

Feito isso, já temos o resultado da adição das frações. O denominador da fração resultado corresponde a altura total da coluna, enquanto a quantidade de peças utilizadas representa o numerador da fração resultado. Observe que a altura da pilha corresponde a 6 unidades e que a quantidade de peças utilizadas é 5 (2 peças verdes) e (3 peças vermelhas). Logo, o resultado da adição é 5/6. Resolvendo esta adição utilizando o método aritmético, é possível observar que será obtido o mesmo resultado, como pode ser visto abaixo na Equação 2.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6} \qquad (2)$$

Fazendo uma análise mais detalhada e comparativa de ambos métodos (barras e aritmético) é necessário lembrar que a primeira coisa a ser realizada é o cálculo no mínimo múltiplo comum (mmc) das frações. Pelo processo aritmético, devemos construir o conjunto de múltiplos dos denominadores 2 e 3 e identificar qual menor elemento é comum nos dois conjuntos, como pode ser visto a seguir.

M(3) = {3, 6, 9, 12, 15, …} e M(2) = {2, 4, 6, 8, 10, 12, …}

Após a construção destes conjuntos, é possível observar que o menor elemento em comum é o número 6, que será considerado o mmc dos denominadores neste cálculo. Utilizando o método de fatoração que é considerada uma forma mais prática de calcular o mmc, temos a Equação 3:

$$\begin{array}{l|l} 2,3 & 2 \\ 1,3 & 3 \\ 1,1 & \overline{6} \end{array} \tag{3}$$

De forma análoga, no cálculo através das barras é necessário identificar o mmc das frações, que deverá ser considerada como uma relação onde as colunas se tornam comuns. Essa relação ocorre quando ambas colunas apresentam uma igualdade de tamanho. Adicionando peças iguais em ambas colunas até que elas se igualem em tamanho, observa-se que essa igualdade ocorre quando o tamanho da pilha de barras é 6, valor este igual ao processo aritmético.

De posse do mínimo múltiplo comum, é possível prosseguir com o cálculo da operação, determinando agora quais são frações equivalentes a ⅓ e a ½ que possuem o denominador 6.

M(⅓) = {⅓, **2/6**, 3/9, 4/12, 5/15, …} e M(½) = {½ , 2/4 , **3/6**, 4/8, 5/10, 6/12, …}

Assim, temos que as frações equivalentes a ⅓ e a ½ são as frações 2/6 e 3/6, respectivamente. Utilizando as barras, as frações equivalentes se relacionam com a quantidade de peças utilizadas em cada representação. Observando a Figura 3, temos 2(duas) peças verdes, que representam ⅓, totalizando 2/6 e da mesma forma, as 3(três) peças vermelhas, que representam ½, totalizando a fração 3/6.

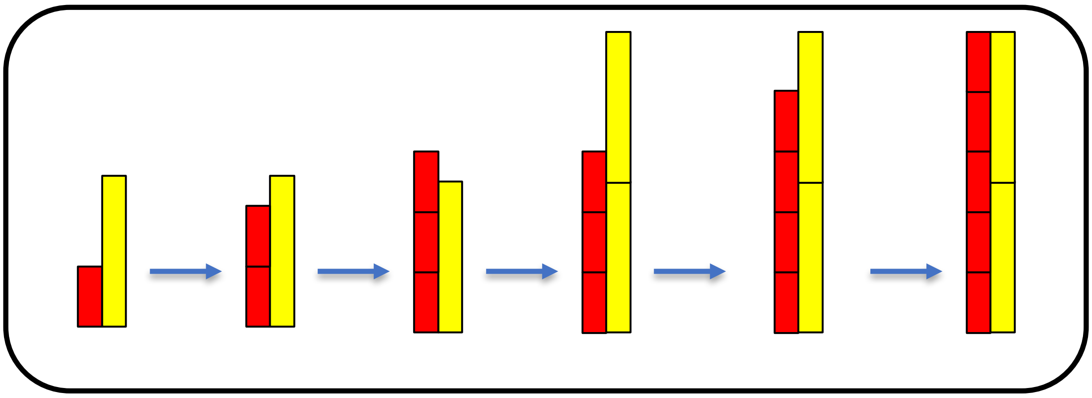
Neste momento, como as frações possuem o mesmo denominador já é possível efetuar a soma delas utilizando o método aritmético somando os numeradores da fração, cujo o resultado já foi visto anteriormente. De forma similar, no cálculo utilizando as barras, devemos somar a quantidade de peças utilizadas, também demonstrado na Figura 3.

Como forma de testar o método novamente, será realizada a adição representada na Equação 4:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}= \tag{4}$$

De forma análoga, selecionaremos as barras que representam estas frações e adicionaremos barras semelhantes até fazer com que as colunas fiquem com a mesma altura, como está expresso na Figura 4.

Figura 4 – Adição com Material de Cuisenaire



Fonte: Própria

Analisando o desenho, pode-se observar que a altura da coluna corresponde a 10 unidades e que a quantidade de peças utilizadas foram 7 peças, desta forma a fração resultado é $\frac{7}{10}$. Resolvendo de forma aritmética obteremos o mesmo resultado, como pode ser visto a seguir na Equação 5.

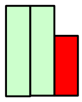
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{5+2}{10}=\frac{7}{10} \tag{5}$$

Este mesmo procedimento pode ser utilizado também na adição de frações cujo numerador seja diferente de 1. Neste caso, teremos apenas que acrescentar mais colunas da barra que representa esta fração. Como no exemplo da Equação 6.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}= \tag{6}$$

Observe que deveremos utilizar 2 peças que representam a fração um terço e uma peça que representa a fração um meio, como está expresso na Figura 5.

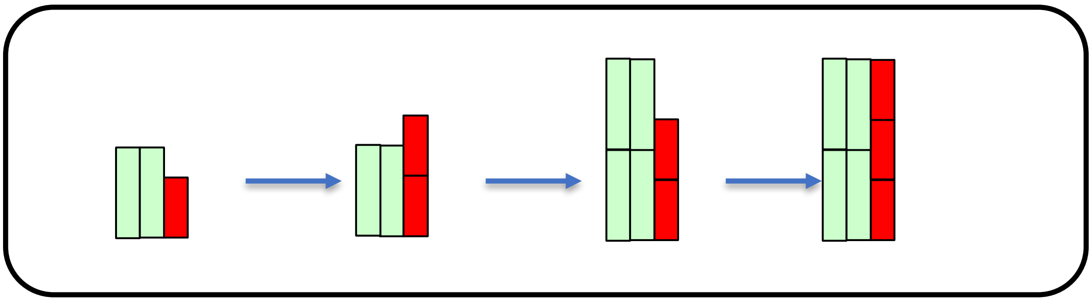
Figura 5 – Material de Cuisenaire



Fonte: Própria

De forma similar às anteriores, devemos fazer com que as colunas fiquem com a mesma altura, seguindo a orientação da Figura 6.

Figura 6 – Adição com Material de Cuisenaire



Fonte: Própria

Assim, podemos verificar que esta adição tem resultado $\frac{7}{6}$, o que pode ser confirmado na Equação 7.

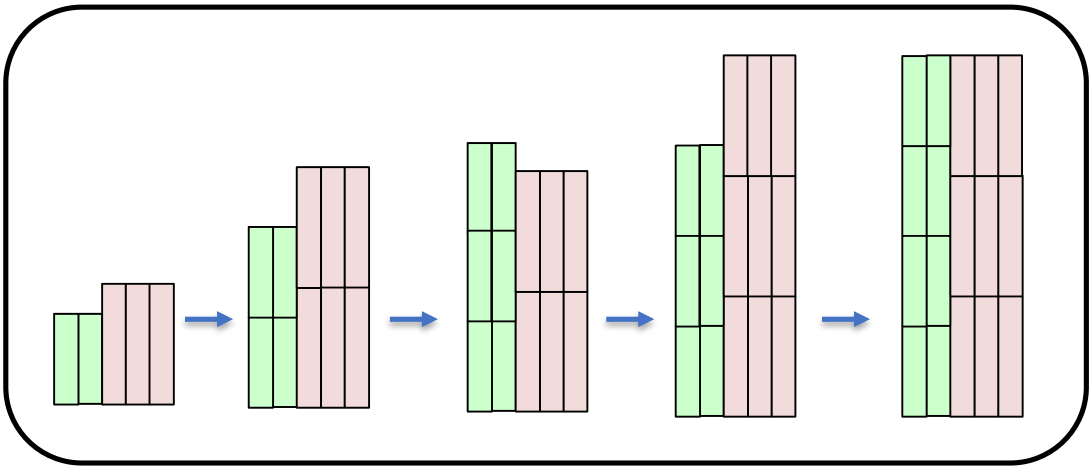
$$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4+3}{6}=\frac{7}{6} \tag{7}$$

Outro exemplo que pode ser utilizado para validar a adição de frações com numeradores diferentes de um utilizando as barras é o que podemos ver na Equação 8 e na Figura 7.

 ISSN: 2525-3727

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8+9}{12}=\frac{17}{12} \tag{8}$$

Figura 7 – Adição com Material de Cuisenaire

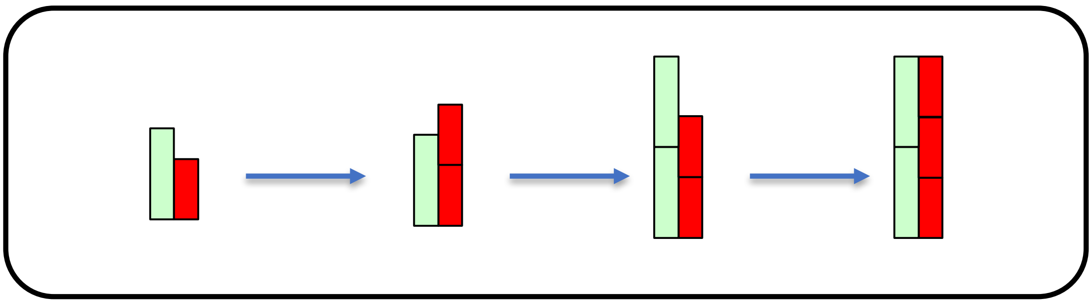


Fonte: Própria

O processo de subtração é similar ao da adição. A única diferença é que após as colunas estarem com a mesma altura, ao invés de somarmos a quantidade de peças utilizadas, teremos que subtrair a quantidades das peças de cores diferentes, como pode ser visto no exemplo abaixo, representado pela Equação 9 e Figura 8.

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3-2}{6}=\frac{1}{6} \tag{9}$$

Figura 8 – Subtração com Material de Cuisenaire



Fonte: Própria

Podemos observar que se tem 3 peças vermelhas e 2 peças verdes. Subtraindo estes valores, obtém-se o resultado 1, que representa o numerador da fração resultado, enquanto o denominador é definido pela altura da coluna, que neste caso é 6.

Diante destes exemplos, é possível observar que o material de Cuisenaire pode ser utilizado como apoio concreto para a resolução de problemas que envolvam adição e subtração de frações.

6 Considerações Finais

Sem dúvidas, o aprendizado das frações tem sua importância tanto dentro do ensino da Matemática como também com relação a sua função social. Como foi abordado neste artigo, diversos fatores têm influenciado no baixo rendimento dos alunos quanto a aprendizagem dos conceitos sobre frações, sendo um dos principais, o fato de os professores não utilizarem de práticas pedagógicas condizentes com o estágio cognitivo dos seus alunos.

Pensando nisso, este artigo abordou e trouxe exemplos de como é possível utilizar de materiais concretos, em especial de como o Material de Cuisenaire pode mediar a aprendizagem sobre as operações de adição e subtração de frações, de uma forma mais concreta, significativa e menos abstrata.

O método aqui proposto é caracterizado por ser inovador e por possibilitar uma relação com o método aritmético permitindo ao aluno correlacionar ambos métodos, consolidando assim o aprendizado sobre as operações de adição e subtração de frações. É importante ressaltar também que para a aplicação deste método, o aluno não depende de possuir as barras, já que o mesmo pode representá-las através de polígonos retangulares como fôra feito no artigo.

Tal método surge na tentativa de agregar valor ao estudo de técnicas e métodos que venham contribuir com a educação matemática permitindo ao professor acesso a mais uma ferramenta concreta condizente com as perspectivas piagetianas que pode subsidiar o aprendizado matemático das operações com frações.

A tentativa dos próximos estudos é investigar como as operações de multiplicação e divisão podem ser realizadas utilizando as barras de Cuisenaire. Acreditamos que a utilização de um material concreto possibilite aos alunos compreender de forma mais significativa a solução de alguns questionamentos, como por exemplo, como o resultado da multiplicação de duas frações pode ser menor que o valor de cada uma delas, já que a ideia da multiplicação estudada anteriormente com os números naturais era de que a multiplicação apresentaria resultados maiores.

Referências

BERTONI, Nilza Eigenheer. Educação e linguagem matemática IV: frações e números fracionários. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

BRASIL, M. E. C. Parâmetros curriculares nacionais. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; RODRIGUES, Wilson Roberto. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática. Universidade Federal de Santa Cataria, UFSC/MTM/PPGECT, Florianópolis, SC, v2. 4, p. 68-93, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12992>. Acesso em: 24 dez. 2019

COSTA, A. P., Alves, C., COELHO, E., & TAVARES, L. C. Dossier pedagógico barrinhas do Ludo, o sonhador–imagina, constrói e sonha com o Cuisenaire: metodologia e finalidades de explora-ção. Instituto de Educação, Universidade do Minho: Actas do I Encontro@rcaComum, p. 188-198, 2010.

MIORIM, Maria Ângela.. O Ensino de Matemática: evolução e modernização. Tese de Doutorado. Campinas: FE/UNICAMP, 1995.

NUNES, Terezinha et al.. Educação matemática: números e operações. São Paulo: Cortez, 2009.

PIAGET, Jean. Epistemologia genética sabedoria e ilusões da filosofia problemas de psicologia genética Jean Piaget. Abril Cultural, 1983.

_____________. Seis estudos de psicologia. Tradução Maria Alice Magalhães De Amorim e Paulo Sergio Lima Silva. 24 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2003.

TAVARES, Liliana Cristina Monteiro. As barras Cuisenaire e a sua pertinência na estimulação de competências matemáticas em crianças autistas: um estudo de caso. 2014. 105f. Dissertação de Mestrado. Disponível em: < http://biblioteca.esec.pt/cdi/ebooks/MESTRADOS_ESEC/LILIANA_TAVARES.pdf> Acesso em: 12 set. 2018.