DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

$$P(x) = C_{n,x} \cdot p^{x} \cdot q^{n-x}$$

$$C_{n,x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

$$p = probabilidade\ do\ sucesso$$

$$q = probabilidade\ do\ fracasso$$

- Determinar a probabilidade de ocorrer três vezes o número 6 em cinco(5) lançamentos de um dado honesto

$$P(x) = C_{5,3} \cdot p^3 \cdot q^{5-3}$$

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5.4.3.2.1}{3.2.1(2.1)} = 10$$

Probabilidade de sucesso = 1/6

Probabilidade de fracasso = 5/6

$$P(x) = C_{5,3} \cdot p^3 \cdot q^{5-3}$$

$$P(x) = 10 \cdot ({}^1/_6)^3 \cdot ({}^5/_6)^2$$

$$P(x) = 10 \cdot \frac{1}{216} \cdot \frac{25}{36}$$

$$P(x) = \frac{250}{7776}$$

$$P(x) = 0{,}03215 = 3{,}215\%$$

Três de cada quatro alunos de uma universidade fizeram cursinho antes de prestar vestibular. Se 16 alunos são selecionados ao acaso, qual a probabilidade de:

a) Pelo menos 12 tenham feito cursinho?

b) No máximo 13 tenham feito cursinho?

c) Exatamente 12 tenham feito cursinho?

$$p = 3/4$$

$$q = 1 - p \Rightarrow 1/4$$

$$n = 16$$

Pelo menos 12 é o mesmo que:

$$P(X \geq 12) = P(X = 12) + P(X = 13) + .. + P(X = 16)$$

$$P(X = 12) = C16,12p^{12}q^{16-12}$$

$$P(X = 12) = \frac{16!}{(16-12)!12!} * (\frac{3}{4})^{12} * (\frac{1}{4})^{4}$$

$$P(X = 12) = \frac{16*15*14*13*12!}{12!4*3*2*1}(\frac{3}{4})^{12} * (\frac{1}{4})^{4}$$

$$P(X = 13) = C16,13p^{13}q^{16-13}$$

$$P(X = 13) = \frac{16*15*14*13!}{(16-13)!13!} * (\frac{3}{4})^{13}(\frac{1}{4})^{3}$$

$$P(X = 14) = C16,14p^{14}q^{16-14}$$

$$P(X = 14) = \frac{16*15*14!}{(16-14)!14!} * (\frac{3}{4})^{14}(\frac{1}{4})^{2}$$

$$P(X = 15) = C16,15p^{15}q^{16-15}$$

$$P(X = 15) = 16 * (\frac{3}{4})^{15}(\frac{1}{4})^{1}$$

$$P(X = 16) = C16,16p^{16}q^{16-16}$$

$$P(X = 16) = 1 * (\frac{3}{4})^{16} * 1$$

P(X $\geq$ 12) = 0,045039813 + 0,20787606+0,13363461+0,053453844+0,010022595

P(X $\geq$ 12) ≈ 0,45 ⇒ 45%

B) No máximo 13 pessoas é o mesmo que:

$$P(X \leq 13) = 1 - P(X > 13)$$

E sabemos que:

$$P(X > 13) = P(X = 14) + P(X = 15) + P(X = 16)$$

Já calculamos essas probabilidades na 1 questão. Logo,

P(X > 13) = 0,13363461+0,053453844+0,010022595

P(X > 13) ≈ 0,1971

Logo teremos que:

P(X ≤ 13) = 1 - P(X>13)

P(X≤13) ≈ 1- 0,1971

P(X ≤13) ≈ 0,8028 ⇒ 80,28%

Exatamente 12 é igual a:

$$P(X = 12) = C16,12p^{12}q^{16-12}$$

$$P(X = 12) = \frac{16!}{(16-12)!12!} * (\frac{3}{4})^{12} * (\frac{1}{4})^{4}$$

$$P(X = 12) = \frac{16*15*14*13*12!}{12!4*3*2*1}(\frac{3}{4})^{12} * (\frac{1}{4})^{4}$$

P(X = 12) ≈ 0,045 ⇒ 4,5%